Soluzioni scritto del 4 Febbraio 2013

Soluzione 1:

a) Sulla pallina agiscono due forze, la tensione del filo e la forza peso, la forza risultante dev'essere uguale alla forza centripeta del moto circolare. Scomponendo in direzione perpendicolare ed orizzontale si ha:

$$T\cos\alpha = mg$$
$$T\sin\alpha = m\omega^2 L\sin\alpha$$

Risolvendo si trova:

$$T = m\omega^2 L = 0.205\cdot 2.63^2\cdot 2.15 = 3.05 \text{ N}$$
$$\cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 L} = \frac{9.8}{2.63^2\cdot 2.15} = 0.659 \quad\Rightarrow\quad \alpha = 48.8°$$

b) Il tempo è dato da:

$$t = \frac{2.5\cdot 2\pi}{\omega} = \frac{15.7}{2.63} = 5.97 \text{ s}$$

c) Utilizzando le equazione del primo punto si ha:

$$\omega_M = \sqrt{\frac{A}{mL}} = \sqrt{\frac{70}{0.205\cdot 2.15}} = 12.6 \text{ rad/s}$$
$$\cos\alpha_M = \frac{mg}{A} = \frac{0.205\cdot 9.8}{70} = 0.0287 \quad\Rightarrow\quad \alpha_M = 88.4°$$
$$v_M = \omega_M L\sin\alpha_M = 12.6\cdot 2.15\cdot 1 = 27.1 \text{ m/s}$$

Soluzione 2:

a) Dai dati iniziali si può calcolare il volume iniziale di A e di B:

$$V_{A,i} = V_{B,i} = \frac{nRT_0}{p_0} = \frac{1.2\cdot 8.314\cdot 300}{101300} = 0.0295 \text{ m}^3 = 29.5 \text{ l}$$

Essendo il setto libero di muoversi senza attrito, all'equilibrio la pressione di A è sempre uguale a quella di B; si può calcolare quindi il volume finale di A (la cui temperatura è sempre uguale a quella della sorgente); il volume finale di B si ottiene per differenza:

$$V_{A,f} = \frac{nRT_0}{p_B} = \frac{1.2\cdot 8.314\cdot 300}{1.3\cdot 101300} = 0.0227 \text{ m}^3 = 22.7 \text{ l}$$
$$V_{B,f} = 2V_{B,i} - V_{A,f} = 0.059 - 0.0227 = 0.0363 \text{ m}^3 = 36.3 \text{ l}$$

b) Il lavoro del gas in A è dato da una compressione isoterma reversibile, mentre quello del gas in B è opposto a quello di A: la compressione di A corrisponde ad una analoga espansione di B o alternativamente il lavoro totale di A+B è nullo essendo il recipiente rigido.

$$W_A = nRT_0 \ln\frac{V_{A,f}}{V_{A,i}} = 1.2\cdot 8.314\cdot 300\cdot \ln\frac{22.7}{29.5} = -784 \text{ J}$$
$$W_B = -W_A = 784 \text{ J}$$

c) Usando il primo principio separatamente per il gas in A e in B si ha:

$Q_A = W_A = -784$ J (l'energia interna è costante)

$$Q_B = W_B + \Delta U_B = W_B + nc_V(T_{B,f} - T_0) = 784 + 1.2 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \cdot (479 - 300) = 784 + 4465 = 5250 \text{ J}$$

Dove si è usata la temperatura finale in B calcolata con l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$T_{B,f} = \frac{p_B V_{B,f}}{nR} = \frac{1.3 \cdot 101300 \cdot 0.0363}{1.2 \cdot 8.314} = 479 \text{ K}$$

Soluzione 3:

a) V_C è anche la d.d.p. ai capi della resistenza R_2 che si trova usando la legge di Ohm:

$$i = \frac{V}{R_1 + R_2} = \frac{12}{120 + 80} = 0.06 \text{ A}$$

$$V_C = R_2 i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V = 4.8 \text{ V}$$

b) Per calcolare il campo elettrico serve calcolare la distanza tra le armature:

$$d = \frac{\varepsilon_0 A}{C} = \frac{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 0.012}{6.8 \cdot 10^{-12}} = 0.0156 \text{ m}$$

Il campo elettrico è diretto verso il basso (dall'armatura positiva e quella negativa) ed ha modulo:

$$E = \frac{V_C}{d} = \frac{4.8}{0.0156} = 308 \text{ V/m}$$

c) Usando la conservazione di energia si ha:

$$|q_e V_C| = \frac{1}{2} m_e v_e^2$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2|q_e V_C|}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 4.8}{9.11 \cdot 10^{-31}}} = 1.30 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$