Soluzioni del compito del 19 novembre 2012

Esercizio 1.

Le equazioni del moto dell'oggetto sono quelle del moto uniformemente accelerato, con accelerazione –g sull'asse verticale ed accelerazione - F/m sull'asse orizzontale:

$x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t - (F/2m)\, t^2$; $y(t) = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - (g/2)\, t^2$

$v_x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha - (F/m)\, t$; $v_y(t) = v_0 \cdot \sin\alpha - g\, t$

(a) La massima quota corrisponde a $v_y(t) = 0$. Ciò avviene al tempo $t_1 = v_0 \cdot \sin\alpha / g$; si trova quindi $h_M = y(t_1) = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot v_0 \cdot \sin\alpha / g - (1/2)\, g\, (v_0 \cdot \sin\alpha/g)^2 =$

$(1/2)\, (v_0 \cdot \sin\alpha)^2 / g = 12.1$ m

(b) L'impatto con il terreno avviene al tempo t_2, con $y(t_2) = 0$. Scartando la soluzione $t_2 = 0$, corrispondente all'istante del lancio, rimane $v_0 \cdot \sin\alpha - (g/2)\, t_2 = 0$, da cui $t_2 = 2\, v_0 \cdot \sin\alpha / g$. A quel tempo corrisponde un percorso orizzontale

$d = x(t_2) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot 2\, v_0 \cdot \sin\alpha / g - (F/2m)\, (2\, v_0 \cdot \sin\alpha / g)^2 = 26.7$ m

(c) Per il teorema dell'energia cinetica, essendo nullo il lavoro totale della forza peso fra il lancio e l'impatto, si ha:

$L(F) = - F \cdot d = -55.3$ J

$K_f = K_i - F \cdot d = (1/2)\, m\, v_0^2 - F \cdot d = 197$ J

Esercizio 2.

Durante il raffreddamento, che avviene a pressione costante p, il vapor acqueo scende a $T_e = 100$ °C, si condensa, e poi scende ulteriormente alla temperatura T_2 .

(a) Il calore Q è dato dalla somma di tre termini, corrispondenti alle tre fasi del raffreddamento. Il calore specifico molare del vapor acqueo è quello di un gas perfetto poliatomico a pressione costante: 4R. Si ha quindi:

$Q = - (M / m) 4R (T_1 - T_e) - M\lambda - M c_1 (T_e - T_2)$, da cui

$M = - Q/ [4R (T_1 - T_e) / m + \lambda + c_1 (T_e - T_2)] = 8.26 \times 10^{-2}$ kg = 82.6 g.

(b) Il volume iniziale del vapore è $V_1 = nR T_1 / p = (M / m) R T_1 / p = 0.201$ m^3 .

Il volume finale è quello dell'acqua : $V_2 = M / \rho = 8.21 \times 10^{-5}$ m^3 = 82.1 cm^3 .

$\Delta V = V_2 - V_1 = - 0.201$ m^3 = - 201 litri (il volume finale è trascurabile su tre cifre).

(c) Trascurando la contrazione dell'acqua sotto la temperatura di condensazione, il lavoro svolto dal sistema è $L = p \Delta V < 0$. Vale quindi:

$\Delta U = Q - L = - 2.23 \times 10^5$ J.

Esercizio 3.

(a) La carica q è attratta dal piano carico; per essere in equilibrio, essa deve essere respinta da Q, che quindi deve essere negativa. La repulsione esercitata da Q deve essere uguale in modulo all'attrazione esercitata dal piano. Deve quindi valere:

$(1/4\pi\varepsilon_0)\, qQ / 4d^2 = - q\sigma / 2\varepsilon_0$, da cui $Q = - 8\pi\sigma d^2 = - 7.38 \times 10^{-15}$ C.

(b) Il campo prodotto dal piano carico, per ragioni di simmetria, dà un contributo nullo alla d.d.p. fra punti simmetrici rispetto ad esso. Si ha quindi:

$\Delta V = (1/4\pi\varepsilon_0)\, [\, q\, (1/1.5\, d - 1/0.5\, d) + Q\, (1/0.5\, d - 1/1.5\, d)\,] =$

$(1/4\pi\varepsilon_0)\, [\, (q - Q)(1/1.5\, d - 1/0.5\, d)\,] = (1/4\pi\varepsilon_0)\, (q - Q)\, (-2/1.5\, d) =$

$- 1.57 \times 10^{-4}$ V .

(c) Dopo la scomparsa della carica Q, la carica q si muove verso destra di moto uniformemente accelerato sotto l'azione del campo elettrico prodotto dal piano carico.

$d = (1/2m)\, (- q\sigma / 2\varepsilon_0)\, t^2$, da cui $t = (-4md\,\varepsilon_0 / q\sigma)^{1/2} = 1.51 \times 10^{-4}$ s.