Prova scritta di Fisica per Scienze biologiche – 17 Settembre 2012
SOLUZIONI

Esercizio 1

a) Utilizzando la formula sulla gittata $D = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\theta_0)$, si ottiene:

$\theta_0 = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{Dg}{v_0^2}\right)$ con due soluzioni: $\theta_0 = \frac{43.6}{2}$ (tiro diretto) e $\theta_0 = \frac{180-43.6}{2}$ (tiro indiretto). Entrambe le soluzioni sono giuste ma hanno altezze massime diverse.

b) Per calcolare l'altezza massima di entrambe le soluzioni, si usa la formula $h_{\max} = \frac{(v_0 \sin\theta_0)^2}{2g}$.

Si ottiene $h_{\max}(21.8) = 392$ m, $h_{\max}(68.2) = 2450$ m.

Per completare la seconda domanda si deve considerare che alla quota massima la velocità verticale è nulla e quella orizzontale è pari alla componente orizzontale iniziale, $v(h_{\max}) = v_0\cos\theta_0$, quindi nel primo caso vale 219 m/s, nel secondo 87.6 m/s

c) Per calcolare la velocità di rinculo iniziale del cannone, v_c, si usa la conservazione della quantità di moto lungo la direzione orizzontale. Si ottiene:

$Q_i = Q_f \Rightarrow 0 = mv_0\cos\theta_0 + Mv_c \Rightarrow v_c = -\frac{m}{M}v_0\cos\theta_0 = -2.08$ m/s oppure -0.833 m/s, rispettivamente per il tiro diretto e il tiro indiretto.

Per lo spazio percorso, osservando che il cannone è soggetto ad una forza risultante pari alla forza d'attrito $\mu_r Mg$ diretta in verso opposto allo spostamento, si può usare il teorema del lavoro delle forze non conservative oppure il teorema dell'energia cinetica:

$0 - \frac{1}{2}Mv_c^2 = -\mu_r MgL \Rightarrow L = \frac{v_c^2}{2\mu_r g} = 0.736$ m oppure 0.118 m per i due tipi di tiro.

Alternativamente, osservando che il cannone si muove di moto uniformemente decelerato con accelerazione $a=-\mu_r g$, si può usare la cinematica: $v_i^2 - v_f^2 = 2as \Rightarrow 0 - v_c^2 = -\mu_r gL$.

Esercizio 2

a) Il pistone è soggetto ad una pressione superiore: $p_{\sup} = p_0 + \rho gh$ e ad una pressione interna $p_{\text{int}} = p_{gas,1} + k\cdot\Delta l / S$. Uguagliando le pressioni si ha:

$$p_{gas,1} = p_0 + \rho gh - \frac{k\cdot\Delta l}{S} = 101300 + 1000\cdot 9.8\cdot 64.8 - \frac{7900\cdot 0.388}{132\cdot 10^{-4}} = 504000\,\text{Pa}$$

$$V_{gas,1} = \frac{nRT_1}{p_{gas,1}} = \frac{3.4\cdot 8.31\cdot 328}{504000} = 0.0184\,\text{m}^3$$

L'altezza della molla compressa è $V_{gas,1}/S$ e quindi la posizione di riposo della molla è: $l_0 = \frac{V_{gas,1}}{S} + \Delta l = \frac{18400}{132} + 38.8 = 178\,\text{cm}$.

b) Dopo la rottura della molla l'equilibrio tra pressione superiore ed interna diventa:

$$p_{gas,2} = p_0 + \rho g h = 101300 + 1000 \cdot 9.8 \cdot 64.8 = 736000\,\text{Pa}$$

$$V_{gas,2} = \frac{nRT_2}{p_{gas,2}} = \frac{3.4 \cdot 8.31 \cdot 371}{736000} = 0.0142\,\text{m}^3$$

c) L'energia interna per un gas perfetto biatomico è data dalla formula $U = \frac{5}{2} nRT$, quindi:

$$\Delta U = \frac{5}{2} nR(T_2 - T_1) = \frac{5}{2} 3.4 \cdot 8.31 \cdot 43 = 3040 \text{ J}$$

Alternativamente si può usare il primo principio della termodinamica considerando che la trasformazione è una adiabatica irreversibile:

$\Delta U = -p_{\text{sup}}(V_2 - V_1) = -736000 \cdot (0.0142 - 0.0184) = 3090$ J, valore leggermente diverso a causa delle approssimazioni usate.

Esercizio 3

a) Scomponendo le forze che agiscono sulla pallina lungo le direzioni orizzontale e verticale si ha:

$$\begin{cases} mg = R\cos\theta \\ q\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} = R\sin\theta \end{cases}$$

Facendo il rapporto si trova:

$$\theta = \arctan\frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 mg} = \arctan\frac{1.35 \cdot 2.04 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 34 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8} = \arctan 0.467 = 25.0°$$

Per la reazione vincolare si ha: $R = \frac{mg}{\cos\theta} = 0.368\,\text{N}$.

b) Per il principio di sovrapposizione si possono considerare separatamente la carica sulla pallina e quella sul piano. La prima per ragioni di simmetria da' un contributo nullo alla d.d.p., per la seconda si ha:

$$\Delta V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot 2d = \frac{0.363 \cdot 2.04 \cdot 10^{-6}}{8.85 \cdot 10^{-12}} = 8.37 \cdot 10^4\,\text{mV}$$

c) Nel punto P_2 prendendo come verso positivo il campo elettrico verso sinistra, si ha:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d^2} = \frac{2.04 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} - \frac{1.35 \cdot 10^{-6} \cdot 8.99 \cdot 10^9}{0.363^2} = 1.15 \cdot 10^5 - 9.21 \cdot 10^4 = 2.29 \cdot 10^4\,\text{V/m}$$

Il campo elettrico è diretto verso sinistra.