

Soluzioni del compito del 13 febbraio 2012

Esercizio 1

(a) La corda si tende quando lo scalatore è caduto di una quota $H+L$, poi lo scalatore scende ancora di una quota D . L'energia potenziale corrispondente a questa discesa si trasforma in energia elastica della corda (l'energia cinetica è nulla sia all'inizio che alla fine della caduta): $(1/2)KD^2 = Mg(H+L+D)$, cioè $KD^2 - 2MgD - 2Mg(H+L) = 0$, da cui:

$$D = (1/K) \{ Mg + [(Mg)^2 + 2KMg(H+L)]^{1/2} \} = \\ (1/666) \{ (76.4 \cdot 9.80) + [(76.4 \cdot 9.80)^2 + 2 \cdot 666 \cdot 76.4 \cdot 9.80 \cdot \\ (4.55 + 12.30)]^{1/2} \} = 7.38 \text{ m}$$

(b) La velocità di caduta aumenta finché l'accelerazione, diretta verso il basso, è maggiore di 0. Prima che la corda si tenda l'unica accelerazione è quella di gravità. Dopo che la corda si è tesa, questa inizia a produrre una forza elastica verso l'alto, progressivamente crescente, che diminuisce l'accelerazione. Il valore massimo della velocità di caduta si raggiunge quindi quando l'accelerazione si annulla (dopo di che l'accelerazione totale risulta rivolta verso l'alto, e la velocità di caduta diminuisce fino ad annullarsi). Essendo B l'allungamento della corda corrispondente all'annullamento dell'accelerazione si ha $BK/M = g$, ovvero $B = Mg/K = 76.4 \cdot 9.80/666 = 1.12 \text{ m}$.

(c) La forza elastica è massima in corrispondenza dell'allungamento massimo: $F = KD = 666 \cdot 7.38 = 4916 \text{ N}$.

Esercizio 2

(a) Il campo E generato da ognuna delle due lastre ha intensità $E = \sigma/2\epsilon_0$, in tutto lo spazio. La carica presente su una lastra vale $A\sigma$, e la forza attrattiva esercitata dall'altro piano ha quindi modulo $F = A\sigma E = A\sigma^2/2\epsilon_0 = 3.93 \cdot (75.8 \cdot 10^{-6})^2 / (2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}) = 1.28 \cdot 10^3 \text{ N}$.

(b) Il campo elettrico fra i due piani, per il principio di sovrapposizione, vale $E^* = 2E = \sigma/\epsilon_0$ ed è diretto

perpendicolarmente ai due piani, da quello positivo a quello negativo. $\Delta U = qE^*D/2 = q\sigma D/2\varepsilon_0 = -$
 $1.12 \cdot 10^{-18} \cdot 75.8 \cdot 10^{-6} \cdot 5.43 \cdot 10^{-2} / 2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} = -2.60 \cdot 10^{-13} \text{ J}.$

(c) Il moto della carica è uniformemente accelerato lungo la direzione x perpendicolare ai piani e rivolta verso l'alto; vale quindi $v_x(t) = a_x t$, da cui $t = v_x(t)/a_x$; $a_x = -qE^*/m$. $v_x(t)$ si può ricavare considerando che la diminuzione di energia potenziale ΔU si traduce in un aumento di energia cinetica, imputabile alla sola componente lungo x della velocità, non essendoci forze nella direzione parallela ai piani. $\Delta K = -\Delta U$, da cui $v_x(t) = (-2\Delta U/m)^{1/2} = (-qE^*D/m)^{1/2}$. Quindi $t = (-qE^*D/m)^{1/2} (-m/qE^*) = (-Dm/qE^*)^{1/2} = (-Dm\varepsilon_0/q\sigma)^{1/2} = (5.43 \cdot 10^{-2} \cdot 1.17 \cdot 10^{-26} \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} / 1.12 \cdot 10^{-18} \cdot 75.8 \cdot 10^{-6})^{1/2} = 0.813 \cdot 10^{-8} \text{ s}.$

Esercizio 3

(a) La forza magnetica che agisce sulla particella corrisponderà alla forza centripeta del moto circolare uniforme di raggio R, e quindi $qv_0B = mv_0^2/R$ da cui $v_0 = qBR/m = 5.32 \cdot 10^{-18} \cdot 1.45 \cdot 1.28 / 1.35 \cdot 10^{-21} = 7.31 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$

(b) Per la conservazione dell'energia meccanica vale $(1/2)mv_0^2 = qEh$, da cui $h = mv_0^2/2qE = 1.35 \cdot 10^{-21} \cdot (7.31 \cdot 10^3)^2 / 2 \cdot 5.32 \cdot 10^{-18} \cdot 3.57 \cdot 10^5 = 1.90 \text{ cm}.$

(c) L'energia potenziale elettrica varia solo nella zona in cui esiste \mathbf{E} . $\Delta U = qEh = 5.32 \cdot 10^{-18} \cdot 3.57 \cdot 10^5 \cdot 1.90 \cdot 10^{-2} = 3.61 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$