Prova scritta di Fisica per Scienze biologiche – 9 Luglio 2012
Soluzioni degli esercizi

Esercizio 1 –

a) La lunghezza della molla varia dal valore iniziale *H* al valore d'urto *R* che è pari alla lunghezza di riposo. La quota della sferetta varia dello stesso valore (*H*-*R*) = (4.2-1)·R = 5.8 cm. La variazione di energia potenziale elastica è pari alla somma dell'energia cinetica e della energia potenziale gravitazionale acquisite prima dell'urto:

$$\frac{1}{2}k(H-R)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg(H-R)$$

da cui

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}(H-R)^2 - 2g(H-R)} = \sqrt{\frac{11}{0.0048}(0.0576)^2 - 2\cdot 9.8\cdot 0.0576} \cong 2.5\ {}^{m}/_{s}$$

b) Per calcolare la massima quota raggiunta dal centro della sferetta bisogna innanzitutto calcolare la velocità del sistema composto dai due corpi subito dopo l'urto v'. Per la conservazione della quantità di moto:

$$(M+m)v' = mv,$$
$$v' = \frac{4.8}{4.8+14}2.6 \cong 0.65\ {}^{m}/_{s}$$

Dopo l'urto i due corpi si muovono uniti verso l'alto. La massima differenza di quota ΔH è calcolata mediante l'equazione:

$$\Delta H = \frac{v'^2}{2g} \cong 0.022\ m$$

c) Parte dell'energia meccanica viene dissipata perché l'urto è completamente anelastico. Tra prima e dopo l'urto l'energia potenziale è immutata, mentre cambia l'energia cinetica:

$$\Delta E = \frac{1}{2}(M+m)v'^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2\left(\frac{m}{M+m} - 1\right) = -\frac{1}{2}mv^2\left(\frac{M}{M+m}\right)$$
$$= -0.5\cdot 0.0048\cdot 2.5^2\cdot\left(\frac{14}{14+4.8}\right) \cong -1.1\cdot 10^{-2}\ J$$

Nello sviluppo della soluzione si è fatto uso dell'equazione di conservazione della quantità di moto, punto b).

Esercizio 2 –

a) Poiché la velocità è costante la risultante delle forze nella direzione parallela al pendio deve essere nulla:

$$F_C - Mg\sin\vartheta - \mu_d Mg\cos\vartheta = 0$$
$$F_C = Mg(\sin\vartheta + \mu_d\cos\vartheta) = 27\cdot 9.8\cdot(0.5 + 0.61\cdot 0.866) \cong 2.7\cdot 10^2\ N$$

b) Trascurando gli scambi termici con l'ambiente, come indicato nel testo, per il primo principio della termodinamica la variazione di energia interna è pari al lavoro delle forze esterne (tensione del cavo e forza peso):

$$\Delta U_s = Q - W_{est} = 0 + (F_C - Mg\sin\vartheta)\cdot L = (272 - 27\cdot 9.8\cdot 0.5)\cdot 19 \cong 2.7\cdot 10^3\ J$$

Nell'indicare i segni algebrici si è tenuto conto del fatto che il lavoro di segno positivo fatto dalle forze esterne sul sistema ne aumenta l'energia interna.

c) Una frazione *f* dell'energia meccanica dissipata, pari al lavoro della forza di attrito (forza interna al sistema), produce un aumento di temperatura del blocco ΔT data da:

$$f \cdot \mu_d M g cos\vartheta \cdot L = c_b M \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{f \cdot \mu_d M g cos\vartheta \cdot L}{c_b \cdot M} = \frac{0.73 \cdot 0.61 \cdot 27 \cdot 9.8 \cdot 0.866 \cdot 19}{18 \cdot 27} \cong 4.0K$$

Esercizio 3 –

a) Il campo elettrico nel punto *P* è dato dalla somma vettoriale dei campi costanti e ortogonali ai piani, di modulo $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, e del campo dovuto alla carica puntiforme, inversamente proporzionale al quadrato della distanza. Poiché nel punto *P* il campo è nullo si ha:

$$\sqrt{2}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2\frac{D^2}{4}}$$

da cui

$$\sigma = \frac{Q}{\sqrt{2}\pi D^2} = \frac{1.7 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{2}\pi \cdot 0.62^2} \cong 9.95 \cdot 10^{-9}\, {C}/{m^2}$$

b) La forza che agisce su *Q* ha componente sia *x* che *y* pari a:

$$F_x = F_y = Q \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 1.7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{9.95 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} \cong 9.6 \cdot 10^{-6}\ N$$

La forza è quindi repulsiva, ha la direzione della congiungente tra l'origine degli assi e *Q*, e modulo $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{2} \cdot F_x \cong 1.4 \cdot 10^{-5}\ N$.

c) Calcoliamo nel punto *P'* le componenti orizzontale *x* e verticale *y* del campo elettrico:

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{9.95 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} \cong 5.6 \cdot 10^2\ V/m$$

$$E_y = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 D^2} = \frac{9.95 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} + \frac{8.99 \cdot 10^9 \cdot 1.7 \cdot 10^{-8}}{0.62^2} \cong 9.6 \cdot 10^2\ V/m$$