Soluzioni della prova scritta del 17 Febbraio 2010

Esercizio 1

a) per trovare la velocità di fuoriuscita si applica il teorema di Bernoulli:

$$\mathrm{p}_1 + \rho \mathrm{gh}_1 + \frac{1}{2}\rho \mathrm{v}_1^2 = \mathrm{p}_2 + \rho \mathrm{gh}_2 + \frac{1}{2}\rho \mathrm{v}_2^2$$

con:

$\mathrm{p}_1 = \mathrm{p}_0;\ \ \mathrm{h}_1 = \mathrm{h};\ \mathrm{v}_1 = 0;\ \ \mathrm{p}_2 = \mathrm{p}_0;\ \ \mathrm{h}_2 = 0;\ \ \mathrm{v}_2 = \mathrm{v}$

da cui:

$$\rho \mathrm{gh} = \frac{1}{2}\rho \mathrm{v}^2 \ \Rightarrow\ \ \mathrm{v} = \sqrt{2\mathrm{gh}} = \sqrt{2\cdot 9.8\cdot 41.2} = 28.4\ \mathrm{m/s}$$

b) per trovare la sezione del condotto si sfrutta la costanza della portata $\mathrm{Q} = \mathrm{v}\cdot \mathrm{S}$:

$$\mathrm{Q} = 650\ \mathrm{l/s} = 0.65\ \mathrm{m^3/s}$$

$$\mathrm{S} = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{v}} = \frac{0.65}{28.4} = 0.023\ \mathrm{m^2} = 230\ \mathrm{cm^2}$$

Esercizio 2

a) Usando il primo principio della termodinamica si ha $Q_{AB} = \Delta E_{AB} + L_{AB}$ dove

$$\Delta E_{AB} = nC_V\left(T_B - T_A\right) = nC_V\left(\frac{P_BV_B}{nR} - \frac{P_AV_A}{nR}\right) = \frac{3}{2}\left(P_BV_B - P_AV_A\right) = \frac{3}{2}\left(6P_AV_A - P_AV_A\right) = \frac{15}{2}P_AV_A$$

$$= \frac{15}{2} * (3.17 * 1.012 * 10^5) * (0.743 * 10^{-3}) = 1.79\ \mathrm{k}J$$

ed il lavoro e` dato dall'area sottostante la trasformazione AB

$$L_{AB} = \frac{1}{2}\left(P_B - P_A\right)\left(V_B - V_A\right) + P_A\left(V_B - V_A\right) = \frac{1}{2}\left(P_B + P_A\right)\left(V_B - V_A\right) = \frac{1}{2}\left(2P_A + P_A\right)\left(3V_A - V_A\right) = \frac{1}{2}6P_AV_A$$

$$= 3 * (3.17 * 1.012 * 10^5) * (0.743 * 10^{-3}) = 0.715\ \mathrm{k}J$$

e dunque $Q_{AB} = 2.51\ kJ$ e si tratta del calore assorbito dal gas.

b) Il tratto BC e` una trasformazione isocora per cui si ha

$$\Delta S_{BC} = \int_B^C \frac{\delta Q}{T} = \int_B^C nC_V\frac{dT}{T} = nC_V\int_{T_B}^{T_C}\frac{dT}{T} = nC_V\ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right)$$

dato che $T_C = T_A$ ed utilizzando l'equazione dei gas perfetti $PV = nRT$ si ha

$$\Delta S_{BC} = nC_V\ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) = nC_V\ln\left(\frac{T_A}{T_B}\right) = nC_V\ln\left(\frac{P_AV_A}{P_BV_B}\right) = nC_V\ln\left(\frac{P_AV_A}{6P_AV_A}\right) = nC_V\ln\left(\frac{1}{6}\right) = -nC_V\ln 6$$

$$n = -\frac{\Delta S_{BC}}{C_V\ln 6} = -\frac{\Delta S_{BC}}{\frac{3}{2}R\ln 6} = \frac{73.4}{\frac{3}{2} * 8.314 * 1.79} = 3.28\ \mathrm{moli}$$

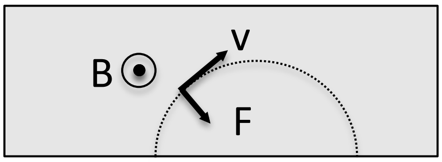
c) Il lavoro del ciclo e` dato dalla somma dei lavori nelle tre trasformazioni $L_{ciclo} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = L_{AB} + L_{CA}$. Il lavoro lungo l'isocora BC e` nullo e dobbiamo calcolare solo il lavoro lungo l'isoterma CA

$$L_{CA} = \int_C^A pdV = \int_C^A \frac{nRT}{V} dV = nRT_A \int_C^A \frac{dV}{V} = nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right) = P_A V_A \ln\left(\frac{1}{3}\right) = -P_A V_A \ln 3$$

$$= -(3.17 * 1.012 * 10^5) * (0.743 * 10^{-3}) * 1.10 = -0.262\ kJ$$

da cui il lavoro del ciclo e` $L_{ciclo} = L_{AB} + L_{CA} = 0.715 - 0.262 = 0.453\ kJ$ per cui complessivamente il gas compie un lavoro positivo nel ciclo.

Esercizio 3



a) lo ione subisce la foza di Lorentz $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = +e\vec{v} \times \vec{B}$. La carica q è positiva, la velocità v è diretta lungo OA, di conseguenza affinchè lo ione venga deviato in S, il campo magnetico B perpendicolare al piano del disegno dovrà avere verso uscente dal piano del foglio.

b) la velocità v con la quale lo ione arriva nel punto A può essere calcolata utilizzando la conservazione dell'energia:

$$K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = \Delta U = q\Delta V = e\Delta V$$

da cui:

$$v^2 = \frac{2e\Delta V}{m}$$

All'interno del campo magnetico lo ione percorre una traiettoria circolare di raggio R:

$$R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow R^2 = \frac{m^2 v^2}{e^2 B^2} = \frac{m^2}{e^2 B^2} \frac{2e\Delta V}{m} = \frac{2m\Delta V}{eB^2}$$

da cui:

$$m = \frac{R^2 eB^2}{2\Delta V} = \frac{d^2 eB^2}{8\Delta V} = \frac{(0.853)^2 \cdot\ 1.6\ 10^{-19} \cdot\ (100\ 10^{-3})^2}{8 \cdot 2.5\ 10^3} = 5.82\ 10^{-26}\ \text{kg}$$

Esercizio 4

a) A regime stazionario, non passa la corrente nel condensatore e dunque nemmeno nella resistenza R_3, per cui $\Delta V_3 = 0$ V.

b) Il circuito equivalente e` mostrato in figura e la corrente passante in $R_2$ e` $I_2 = f/(R_1 + R_2 + R_4) = 0.476$ A

c) La stessa corrente passa nelle resistenze R_2 ed R_4, per cui la potenza dissipata e` $W_4 = R_4 I_2^2 = 1.91$ W