

Soluzioni del compito di Fisica per Scienze Biologiche del 9 settembre 2010

1. L'energia potenziale iniziale della molla deve essere uguale alla somma dell'energia potenziale gravitazionale e dell'energia persa per attrito. Da ciò si ricava:

$$\frac{1}{2} kx_0^2 = mgh + F_a L = mgL \sin \alpha + \mu_d NL = mgL \sin \alpha + \mu_d mgL \cos \alpha = mgL (\sin \alpha + \mu_d \cos \alpha)$$

$$\text{Quindi: } m = \frac{kx_0^2}{2gL(\sin \alpha + \mu_d \cos \alpha)} = \frac{999 \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 9.8 \cdot 33.3 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 0.4 \cdot \frac{1}{2} \right)} = 12.9 \cdot 10^{-2} \text{ kg} = 129 \text{ g}$$

Quando il corpo scende l'energia potenziale iniziale deve essere uguale alla somma dell'energia potenziale finale della molla e dell'energia persa per attrito. Quindi, denominando con x la compressione finale della molla, si ha:

$$mgh = \frac{1}{2} kx^2 + \mu_d mgL \cos \alpha \text{ e quindi } \frac{1}{2} kx^2 = mgh - \mu_d mgL \cos \alpha \text{ e}$$

$$x = \sqrt{\frac{2mgL(\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha)}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12.9 \cdot 10^{-2} \cdot 9.8 \cdot 33.3 \cdot 10^{-2} (0.866 - 0.20)}{999}} = 2.37 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2.37 \text{ cm}$$

=====

2. La temperatura di fusione del ghiaccio è: $T_B = 0.0 \text{ }^\circ\text{C}$. Il suo calore specifico in unità internazionali è $c = 2220 \text{ J / kg} \cdot \text{K}$

(a) Il ghiaccio comincia a fondere quando raggiunge la temperatura T_B . Per arrivare a questa temperatura il ghiaccio deve assorbire un'energia

$$Q_B = M \cdot c \cdot (T_B - T_A) = 127 \cdot 2220 \cdot (0 + 100) = 28.2 \text{ MJ, e questo avviene dopo un tempo}$$

$$t_1 = Q_B / P = 28.2 \cdot 10^6 / 2.67 \cdot 10^3 = 1.06 \cdot 10^4 \text{ s} = 2 \text{ ore } 56 \text{ min. (b) Al tempo } t_2 \text{ il ghiaccio ha}$$

assorbito un'energia $Q_C = P \cdot t_2 = 2.67 \cdot 10^3 \cdot 4.0 \cdot 60 \cdot 60 = 38.4 \text{ MJ}$.
Di questa energia una parte (Q_B) è servita per portare il ghiaccio al punto di fusione; il resto fa fondere una massa di ghiaccio

$$M' = (Q_C - Q_B) / \lambda = (3.84 \cdot 10^7 - 2.82 \cdot 10^7) / 333 \cdot 10^3 = 30.6 \text{ kg.}$$

$$\text{La frazione del ghiaccio che si è fuso è } f = M' / M = 30.6 / 127 = 24.1 \text{ \%}$$

=====

3.

$$\text{La potenza dissipata in } R_4 \text{ è: } P_4 = i_4^2 R_4 \text{ da cui } i_4 = \sqrt{\frac{P_4}{R_4}} = \sqrt{\frac{12}{10^4}} = 35 \text{ mA}$$

La corrente che scorre in R_4 è la stessa che passa in R_3 e quindi la differenza di potenziale ai capi di $R_3 + R_4$ è: $V_{3,4} = i_4 (R_3 + R_4) = 0.035 \cdot 30 = 1.0 \text{ V}$.

Questa è la stessa ddp ai capi di R_2 e quindi la corrente che scorre in R_2 è:

$$i_2 = \frac{V_{3,4}}{R_2} = \frac{1.0}{20} = 50 \text{ mA}.$$

La corrente totale che scorre nel parallelo e quindi nell'intero circuito è:

$$i = i_2 + i_4 = 50 + 35 = 85 \text{ mA}.$$

La resistenza totale del circuito è: $R = R_1 + R_{\parallel} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = 20 + \frac{20 \cdot 30}{50} = 20 + 12 = 32.0 \Omega.$

La forza elettromotrice è quindi: $f = iR = 0.085 \cdot 32.0 = 2.7 \text{ V}.$

Infine la potenza totale dissipata nel circuito è: $P_{\text{tot}} = \frac{f^2}{R} = \frac{2.7^2}{32} = 0.23 \text{ W}.$

=====

4.

(a) La forza magnetica agente su un segmento di lunghezza L del secondo filo è $\mu_o L i_1 i_2 / 2\pi d$, e deve essere bilanciata dalla forza di gravità $L\lambda g$. Ne deriva:

$$\lambda = \mu_o i_1 i_2 / 2\pi d g = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 51.8 \cdot 36.5 / 2\pi \cdot 7.38 \cdot 10^{-3} \cdot 9.80 = 5.23 \text{ g/m}.$$

(b) Lungo la traiettoria della carica il campo magnetico \mathbf{B} è perpendicolare al foglio, in verso entrante, perché il campo generato da i_1 (entrante) è maggiore in modulo del campo generato da i_2 (uscite). Tenendo conto del segno negativo della carica, la forza \mathbf{F}_L è diretta verticalmente, verso l'alto. Il suo modulo vale

$$F_L = -q \cdot v \cdot (B_1 - B_2) = -q \cdot v \cdot \mu_o (i_1 - i_2) / 2\pi (d/2) =$$

$$1.63 \cdot 10^{-15} \cdot 3.42 \cdot 10^7 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} (51.8 - 36.5) / 2\pi \cdot 7.38 \cdot 10^{-3} \cdot 0.5 = 4.62 \cdot 10^{-11} \text{ N}.$$