Soluzioni del compito del 25 Settembre 2009

Esercizio 1

(a) Sulla pallina di plastica agiscono 1) la forza peso $\mathbf{F_P}$ della pallina verso il basso; 2) la spinta di Archimede $\mathbf{F_A}$ verso l'alto; 3) la forza esterna $\mathbf{F_e}$. Per il secondo principio della dinamica, affinche` la pallina sia ferma il risultante delle forze deve essere nullo

$$\mathbf{F_p} + \mathbf{F_A} + \mathbf{F_e} = 0 \;\Rightarrow\; -m_p\, g + \rho_{acq}\, V_p\, g + F_e = 0$$

$$\Rightarrow F_e = (m_p - \rho_{acq} \cdot 4\pi/3 \cdot r_p^3)\, g = (12.3 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} - 1.00 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3 \cdot 1.15 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^3) \cdot 9.80$$

$$= -0.103 \cdot 9.80 = -1.01\ \text{N}$$

Dunque bisogna applicare una forza esterna verso il basso (segno negativo) per contrastare la spinta di Archimede

(b) Usiamo nuovamente il secondo principio. Ora le forze in gioco sono 1) la forza peso $\mathbf{F_P}$ della pallina verso il basso 2) la spinta di Archimede $\mathbf{F_A}$ verso l'alto, questa volta dovuta solo alla meta` del volume, 3) la forza peso $\mathbf{F_l}$ del liquido (che occupa meta` del volume della pallina) verso il basso. Si ha

$$\mathbf{F_p} + \mathbf{F_A} + \mathbf{F_l} = 0 \;\Rightarrow\; -m_p\, g + \rho_{acq}\, V_p/2\ g - \rho_{liq}\, V_p/2\ g = 0$$

$$\Rightarrow \rho_{liq} = \rho_{acq} - 2\, m_p/ V_p = 1.00\ \text{g/cm}^3 - 2 \cdot 12.3\ \text{g}/115\ \text{cm}^3$$

$$= 0.786\ \text{g/cm}^3$$

Esercizio 2

Poiché le trasformazioni sono reversibili, la variazione di entropia della macchina+sorgenti deve essere nulla. La macchina compie un ciclo, quindi la variazione di entropia delle sorgenti deve essere a somma zero: $\Delta S_c + \Delta S_f = 0$

con $\Delta S_f = \dfrac{Q_f}{T_f}$, da cui si ricava il calore ceduto alla sorgente fredda per ogni ciclo

$$Q_f = -T_f \cdot \Delta S_c = -273.2 \cdot 3.05 = -833 J$$

(a) Poiché il calore latente di fusione del ghiaccio è 79.5 cal/g = 79.5x4,186 = 333 J/g, si fonderanno 833/333 = 2,50 g di ghiaccio.

(b) Il lavoro è dato dalla differenza tra il calore assorbito e quello ceduto e cioè :

$$L = Q_c + Q_f = T_c \cdot \Delta S_c + Q_f = 885 \cdot 3.05 - 833 = 1.87 \cdot 10^3\ J\ .$$

Esercizio 3

a) Per la legge di Gauss il campo elettrico fuori della sfera è quello che si avrebbe se l'intera carica negativa Q fosse concentrata nell'origine. Il campo è diretto radialmente dal punto A verso il centro, e ha intensità:

$$E_A = k\,|Q| / d^2 = 8.99 \cdot 10^9 \cdot 4.75 \cdot 10^{-8} / (1.40 \cdot 10^{-2})^2 = 2.18 \cdot 10^6\ \text{N / C.}$$

b) $V_A - V_B = k\,Q\,[1/d - 1/(d+D)] = -\,8.99 \cdot 10^9 \cdot 4.75 \cdot 10^{-8} \cdot (1 / 1.40 \cdot 10^{-2} - 1 / 4.81 \cdot 10^{-2}) = -\,2.16 \cdot 10^4\ \text{V}.$

c) La velocità nei due attraversamenti è la stessa, perché all'interno della sfera, dove il campo elettrico è nullo, la carica q non è soggetta a forze. La velocità nel punto di entrata si ricava considerando la differenza di potenziale tra il punto B e un punto collocato sulla superficie della sfera, quindi a distanza R dal centro. Trascurando la differenza tra *R* e *d* si ha:

$$\tfrac{1}{2} M v^2 \cong -\,q\,(V_A - V_B), \text{ da cui } v = [\,-\,2\,q\,(V_A - V_B) / M]^{1/2}$$

$$= (2 \cdot 7.18 \cdot 10^{-17} \cdot 2.16 \cdot 10^4 / 3.25 \cdot 10^{-17})^{1/2} = 3.09 \cdot 10^4\ \text{m/s.}$$

Esercizio 4

a) Sull'elettrone agisce la forza di Lorentz dovuta al campo magnetico totale nel punto A, che è la somma dei campi $\mathbf{B_1}$ e $\mathbf{B_2}$ generati dalle due correnti. Entrambi sono perpendicolari al piano nel punto A ma hanno versi opposti: $\mathbf{B_1}$ e` uscente mentre $\mathbf{B_2}$ e` entrante. Il modulo del campo totale è dunque

$$|\mathbf{B}| = |\mathbf{B_1} + \mathbf{B_2}| = \mu_0/2\pi \; (i_1/h - i_2/(h+d))$$

$$= 2 \cdot 10^{-5} \; (23.9/(15.1/3) - 23.9 \cdot (1/4)/(4/3 \cdot 15.1) \cdot 10^{-2} = 8.90 \; \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

uscente dal piano.

La forza di Lorentz agente sull'elettrone (di carica negativa) è perpendicolare al campo $\mathbf{B}$ ed alla velocita` $\mathbf{v}$ ed è diretta verso l'alto. Il modulo della forza è

$$|\mathbf{F}| = |-e \, \mathbf{v} \times \mathbf{B}| = e \, v \, B$$

$$= 1.60 \cdot 10^{-19} \cdot 2.23 \cdot 10^{5} \cdot 8.90 \cdot 10^{-5} = 3.18 \cdot 10^{-18} \text{ N}$$

b) Se la velocità è perpendicolare al piano, essa sarà parallela al campo magnetico B per cui la $\mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0$ e la forza di Lorentz è nulla.

c) Come nel punto A, anche nel punto C il campo $\mathbf{B}$ è dato dalla somma dei due campi , ma in questo caso $\mathbf{B_1}$ è entrante mentre $\mathbf{B_2}$ è uscente:

$$|\mathbf{B}| = |\mathbf{B_1} + \mathbf{B_2}| = \mu_0/2\pi \; [-i_1/(d+r) + i_2/r] = 2 \cdot 10^{-7} \; [23.9/(4/3 \cdot 15.1) \cdot 10^{-2} - (23.9/4)/(1/3 \cdot 15.1) \cdot 10^{-2}]= 0.00 \text{ T}$$

Infatti i termini in parentesi quadra sono uguali.