

Soluzioni del compito del 22 giugno 2009

Esercizio 1.

(a) Scelto come asse delle ascisse un asse parallelo al piano e chiamato α l'angolo tra la forza F e il piano, si ha: $F \cos \alpha - \mu N = ma$ e $F \sin \alpha + N = mg$

da cui si ricava $N = mg - F \sin \alpha$ e

$F \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) = ma$ da cui $F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha = ma + \mu mg$ e

$$m = \frac{F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha}{a + \mu g} = \frac{6 \frac{\sqrt{3}}{2} + 0.7 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}}{1.5 + 0.7 \cdot 9.8} = \frac{7.30}{8.36} = 0.873 \text{ kg}$$

Quando la forza F viene tolta rimane la forza di attrito

$F_a = \mu N = \mu mg = 0.7 \cdot 0.873 \cdot 9.8 = 5.99 \text{ N}$, ed applicando il teorema dell'energia cinetica

$$L = \Delta K \text{ si ha } -F_a \cdot s = 0 - \frac{1}{2} m v^2 \text{ quindi } s = \frac{m v^2}{2 \mu mg} = \frac{100}{2 \cdot 0.700 \cdot 9.80} = 7.29 \text{ m}$$

Esercizio 2.

(a) La temperatura di equilibrio si calcola considerando che il gas perfetto e uno dei recipienti si riscaldano da T_1 a T_{eq} , mentre l'altro recipiente si raffredda da T_2 a T_{eq} :

$$(C + n \cdot c_v) \cdot (T_{eq} - T_1) = C \cdot (T_2 - T_{eq})$$
$$\Rightarrow T_{eq} = \frac{C \cdot T_2 + (C + n \cdot c_v) \cdot T_1}{2C + n \cdot c_v} = \frac{12 \cdot 315 + (12 + 1.30 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.31) \cdot 285}{2 \cdot 12 + 1.30 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.31} \text{ K} = 294 \text{ K}$$

b) La variazione di energia interna dell'intero sistema, chiuso, rigido ed isolato, è nulla. La variazione di energia interna del solo gas monoatomico, che si riscalda da T_1 a T_{eq} , è pari a:

$$\Delta U_{gas} = n \cdot c_v \cdot (T_{eq} - T_1) = 1.30 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.31 \cdot 9.0 \text{ J} = 146 \text{ J}$$

(c) La variazione di entropia del gas ha un contributo dall'espansione e uno dal riscaldamento:

$$\Delta S_{gas} = n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{2V}{V}\right) + n \cdot c_v \cdot \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_1}\right) =$$
$$= 1.3 \cdot 8.31 \cdot \ln 2 + 1.30 \cdot 12.5 \cdot \ln \frac{294}{285} \text{ J/K} = 7.99 \text{ J/K}$$

Esercizio 3.

(a) Per simmetria, il campo elettrico ha ovunque direzione perpendicolare ai due fili. Modulo e verso si ottengono con il principio di sovrapposizione in ogni punto dello spazio, considerando che a distanza r il contributo di ciascun filo è:

$$\vec{E}_{\pm} = \frac{\pm I}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{u}_r$$

Scelto un sistema di riferimento con asse x ortogonale ai fili, orientato dal filo carico negativamente al filo carico positivamente e origine sul primo dei due fili, il campo ha solo componente x nei tre punti indicati (il filo carico positivamente ha coordinata $x_+ = 2D$):

$$E_A \equiv E_x(x = D) = -2 \cdot \frac{I}{2\pi\epsilon_0 D} = -3.6 \cdot 10^{10} \cdot 2.00 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{0.25} \frac{N}{m} = -2.88 \cdot 10^2 \frac{N}{m};$$

$$E_B \equiv E_x(x = 3D) = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 D} - \frac{I}{2\pi\epsilon_0 3D} = \frac{2}{3} \frac{I}{2\pi\epsilon_0 D} =$$
$$= 0.67 \cdot 1.8 \cdot 10^{10} \cdot 2.00 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{0.25} \frac{N}{m} = 96.0 \frac{N}{m};$$

$$E_C = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 2D} - \frac{I}{2\pi\epsilon_0 4D} = \frac{1}{4} \frac{I}{2\pi\epsilon_0 D} =$$
$$= 0.25 \cdot 1.8 \cdot 10^{10} \cdot 2.00 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{0.25} \frac{N}{m} = 36.0 \frac{N}{m}$$

(b) Il calcolo va dunque effettuato facendo riferimento al contributo al campo del solo filo carico negativamente:

$$\Delta V_{BC} = V_B - V_C = -\int_C^B \vec{E}_- \cdot d\vec{l} = -\int_{4D}^{3D} \frac{-I}{2\pi\epsilon_0 x} dx = \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{3D}{4D}\right) = 1.8 \cdot 10^{10} \cdot 2.00 \cdot 10^{-9} \cdot \ln 0.75 = -10.4V$$

Esercizio 4.

(a) Il periodo di rivoluzione è: $T = \frac{25}{3} = 8.33 \mu s$ e il raggio nel moto circolare uniforme è

$$\text{legato alla velocità da: } v = \frac{2\pi R}{T} \text{ da cui } R = \frac{vT}{2\pi} = \frac{2.45 \cdot 10^5 \cdot 8.33 \cdot 10^{-6}}{2\pi} = 0.325 m.$$

(b) Poiché $mv = qBR$ si ha: $q = \frac{mv}{BR}$, ma il campo magnetico prodotto dal solenoide è:

$$B = \mathbf{mI} \text{ e quindi } q = \frac{mv}{BR} = \frac{mv}{\mu nIR} = \frac{3.30 \cdot 10^{-15} \cdot 2.45 \cdot 10^5}{4\pi 10^{-7} \cdot 10^3 \cdot 3.50 \cdot 0.325} = 0.566 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$