Soluzioni del compito del 14 Settembre 2009

Esercizio 1:

(a) Poiché il primo corpo si ferma dopo una distanza d = 6.0 m, per la conservazione dell'energia meccanica si ha:

$\mathrm{mgd}\sin\alpha = \frac{1}{2}\mathrm{mv}_1^2$ da cui si ricava $\mathrm{v}_1 = \sqrt{2\mathrm{gd}\sin\alpha} = \sqrt{2\cdot 9.8\cdot 6\cdot 0.5} = 7.67$ m/s.

(b) Per la conservazione della quantità di moto nell'esplosione si avrà: $\mathrm{m}_1\mathrm{v}_1 + \mathrm{m}_2\mathrm{v}_2 = 0$ da cui si ricava

$$\mathrm{v}_2 = \frac{\mathrm{m}_1}{\mathrm{m}_2}\mathrm{v}_1 = \frac{2}{3}7.67 = 5.11 \text{ m/s}.$$

(c) L'energia prodotta nell'esplosione è la somma delle energie cinetiche iniziali dei due corpi:

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2}\mathrm{mv}_1^2 + \frac{1}{2}\mathrm{mv}_2^2 = \frac{1}{2}2\cdot 7.67^2 + \frac{1}{2}3\cdot 5.11^2 = 58.8 + 39.2 = 98.0 \text{ J}.$$

(d) Il secondo corpo parte da un'altezza di 5.0 m con una velocità di 5,1 m/s. Quando arriva per terra, per la conservazione dell'energia meccanica, si avrà:

$$\frac{1}{2}\mathrm{m}_2\mathrm{v}_{2f}^2 = \mathrm{m}_2\mathrm{gh} + \frac{1}{2}\mathrm{m}_2\mathrm{v}_{2i}^2 \text{ e cioè } \mathrm{v}_{2f} = \sqrt{2\mathrm{gh} + \mathrm{v}_{2i}^2} = \sqrt{2\cdot 9.8\cdot 5 + 5.11^2} = 11.1 \text{ m/s}.$$

Esercizio 2:

(a) La capacità termica della sfera è C = Mc_{Al} = 3.14 · 900 = 2.83 · 10^3 J / K. Passando da T_1 a T_2 la sfera assorbe dal serbatoio un calore Q = C (T_2 - T_1) = 2.83 · 10^3 · (273 – 261) = 3.40 · 10^4 J. Intorno alla sfera si forma quindi una massa di ghiaccio m = Q / $\lambda_{fusione}$ = 3.40 · 10^4 / 3.33 · 10^5 = 0.102 kg di ghiaccio.

(b) Il volume della sfera è V = M / ρ_{Al} = 3.14 · 10^3 / 2.70 = 1.16 · 10^3 cm^3. Poiché V = (4/3) π R^3, il raggio della sfera è R = (3 · 1.16 · 10^3 / 4 · 3.14)$^{1/3}$ = 6.52 cm, ed il diametro D = 13.0 cm. Il coefficiente di dilatazione lineare α = β_{Al} / 3 = 23.0 · 10^{-6} K^{-1}, e la variazione di D è ΔD = D · α · ΔT = 13.0 · 23 · 10^{-6} · 12 = 4.42 · 10^{-3} cm.

(c) La variazione di entropia del serbatoio, che cede calore alla temperatura costante T_2, è ΔS = Q / T_2 = 3.40 · 10^4 / 273 = 1.25 · 10^2 J / K.

Esercizio 3:

(a) ogni superficie produce nello spazio un campo elettrostatico $\vec{E}$, calcolabile tramite il teorema di Gauss, pari a: $\vec{E}_{\pm\sigma} = \frac{1}{2}\frac{\pm\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$, in cui $\hat{n}$ rappresenta il versore normale a ciascuna superficie con verso uscente dalla superficie stessa.

Per il principio di sovrapposizione il campo elettrostatico complessivo sarà dato dalla somma vettoriale dei campi elettrici generati dalle due superfici considerate singolarmente, e pari a:

$$\left|\vec{E}_{tot}\right| = \left|\vec{E}_{+\sigma} + \vec{E}_{-\sigma}\right| = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} & \text{tra le due superfici (B)} \\ 0 & \text{al di fuori delle superfici (A e C)} \end{cases}$$

diretto dalla superficie positiva a quella negativa. Numericamente: $E_{tot} = 2.26$ KV/m.

(b) La forza elettrostatica che agisce sull'elettrone è data da: $\vec{F} = q_e\vec{E}$, diretta dalla superficie negativa a quella positiva (è una carica negativa). Per il teorema dell'energia cinetica:

$$L = \vec{F}\cdot\vec{s} = |q_e|E_{tot}d = \Delta K = \frac{1}{2}m_e v^2$$

da cui:

$$v = \sqrt{\frac{2|q_e|E_{tot}d}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6\ 10^{-19} \cdot 2259.9 \cdot 0.2}{9.1\ 10^{-31}}} = 12.6\ 10^6\ \text{m/s}$$

Il moto è uniformemente accelerato, quindi:

$$s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2d}{F/m_e}} = \sqrt{\frac{2d}{q_e E_{tot}/m_e}} = 3.20\ 10^{-8}\ \text{s} = 32.0\ \text{ns}.$$

Esercizio 4:

a) Per la simmetria del sistema, il campo di induzione magnetica dipende solo dalla distanza dall'asse ed ha linee di forza costituite da circonferenze centrate sull'asse. Il calcolo dell'intensità del campo può essere ovunque effettuato mediante il teorema di circuitazione di Ampère. In particolare, a distanza 2R la sola corrente concatenata con la linea di circuitazione è quella che percorre il filo conduttore, e quindi il campo è lo stesso che si avrebbe se non ci fosse il cilindro cavo:

$$B(r = 2R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 2R} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1.4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0.80 \cdot 10^{-2}} = 1.75 \cdot 10^{-8} = 1.8 \cdot 10^{-8} T$$

Analogamente, a distanza 4R dall'asse, come in tutti i punti esterni al cilindro cavo, il percorso di circuitazione è concatenato con correnti uguali e opposte, e il campo è dunque nullo:

$$B(r = 4R) = 0$$

b) Applicando ovunque il teorema di Ampère e le considerazioni di simmetria già fatte, si trova che il campo *cresce* all'interno del filo, fino a toccare il suo valore massimo per r=R; quindi decresce nella zona tra i due conduttori in proporzione inversa alla distanza dall'asse; decresce ancora più rapidamente all'interno del cilindro cavo, tra r=3.0R e r=3.5R; infine si annulla, come visto al punto precedente. Le linee di forza sono, all'interno del sistema, circonferenze coassiali con verso antiorario rispetto al verso positivo della corrente che percorre il filo. Il massimo valore dell'intensità è:

$$B_{\max} \equiv B(r = R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1.4 \cdot 10^{-3}}{0.80 \cdot 10^{-2}} = 3.5 \cdot 10^{-8} T$$