Soluzioni del compito del 7 Luglio 2009

Esercizio 1

a) Il blocco e` soggetto ad una forza costante dovuta all'attrito $F = \mu_d mg$ e verso opposto al moto. Dal secondo principio della dinamica si ha

$$m\, a = F = \mu_d mg \Rightarrow a = \mu_d g \quad \text{nel verso di x negativi.}$$

L'equazione del moto della particella e` $x(t) = v_0 t + ½\, a\, t^2 = v_0 t - ½\, \mu_d\, g\, t^2$

Al tempo t_f si ha $x(t_f) = L \Rightarrow t_f = \{ v_0 \pm \sqrt{(v_0^2 - 2\, \mu_d\, g\, L)} \}/ \mu_d\, g$ che e` un'equazione di II grado con un'incognita t_f.

Delle due soluzioni, quella corretta e` il tempo piu` piccolo, ossia la soluzione che occorre prima. Dunque

$t_f = (v_0 - \sqrt{(v_0^2 - 2\, \mu_d\, g\, L)})/ \mu_d\, g =$

$= (7.30 - \sqrt{(7.30^2 - 2 \times 0.330 \times 9.8 \times 8.00)})/(0.330 \times 9.8) = 1.87\ s$

In alternativa, si puo` usare il teorema cinetico per calcolare la velocita` nota la distanza L:

$½\, mv_f^2 = ½\, m\, v_0^2 - \mu_d mgL$

$\Rightarrow v_f = \sqrt{(v_0^2 - 2\, \mu_d\, gL)} = \sqrt{(7.30^2 - 2 \times 0.330 \times 9.8 \times 8.00)} = 1.24\ m/s$

e poi ricavare il tempo dall'espressione della velocita`

$v_f = v(t_f) = v_0 - \mu_d\, g\, t_f \Rightarrow t_f = (v_0 - v_f)/(\mu_d\, g) = (7.30-1.24)/ (0.330 \times 9.8) = 1.87\ s$

b) Nell'urto perfettamente elastico tra I due corpi di uguale massa, il blocco 1 si ferma ed il secondo si mette in moto con la velocita` uguale a quella del primo subito prima dell'urto che e` $v_2 = v(t_f) = v_0 - \mu_d\, g\, t_f = 1.25\ m/s$

Per trovare l'altezza massima raggiunta usiamo la conservazione dell'energia meccanica

$E_f = m\, g\, h$, $E_i = ½\, m\, v_2^2$, $E_f = E_i = L_{attrito}$, da cui segue:

$m\, g\, h = ½\, m\, v_2^2$

$\Rightarrow h = ½\, v_2^2 /g = 0.5 \times 1.25^2 / 9.8 = 0.0797\ m = 7.97\ cm$

c) Dato che non c'e` l'attrito lungo il piano inclinato, per la conservazione dell'energia meccanica il blocco 2 ripassa ai piedi del piano inclinato con la stessa velocita` iniziale $v_2 = 1.25\ m/s$ ma con il verso opposto nel verso di x negativi

Esercizio 2

a)

L_{BA}: il lavoro dell'isoterma e` dato da $L = \int pdV = \int nRTdV/V = nRT_A Ln(V_B/V_A)$

Per un gas perfetto si ha: $pv = nRT \Rightarrow T_A = (p_A V_A)/(nR)$

$\Rightarrow L = p_A V_A\ Ln(V_B/V_A) = 3.00 \times 5.00 \times Ln(2) = 10.4\ \ell\ atm = 1.05\ kJ$

Q_{CB}: Lungo la trasformazione isocora $L_{CB} = 0$

$\Rightarrow Q_{CB} = \Delta U_{CB} = nC_v\Delta T = nC_v(T_C - T_B)$

Le temperature si possono ricavare facilmente dall'equazione di stato per I gas perfetti:

$T_B = T_A = (p_A V_A)/(nR) = (3.00 \times 10^5 \times 5.00 \times 10^{-3})/(5.00 \times 8.31) = 36.1\ K$

$T_C = (p_C V_C)/(nR) = (p_A V_B)/(nR) = (nRT_A V_B)/(V_A nR) = T_A \times (V_B/V_A) = 2T_A$

e dunque

$Q_{CB} = n\ C_v\ (2T_A - T_A) = n\ C_v\ T_A = 5.00 \times (3/2) \times 8.31 \times 36.1 = 2.25\ kJ$

ΔU_{AC}: usando il I principio della termodinamica per il ciclo chiuso si ha

$\Delta U_{ciclo} = 0 = \Delta U_{BA} + \Delta U_{CB} + \Delta U_{AC} = 0 + Q_{CB} + \Delta U_{AC} \Rightarrow \Delta U_{AC} = -\ Q_{CB} = -2.25\ kJ$

b) Per il ciclo chiuso e reversibile

$\Delta S_{ciclo} = 0 = \Delta S_{BA} + \Delta S_{CB} + \Delta S_{AC} \Rightarrow \Delta S_{CB} + \Delta S_{AC} = -\Delta S_{BA}$

Per l'isoterma:

$\Delta S_{BA} = \int dQ/T = 1/T_A \int dQ = Q_{BA}/T_A = L_{BA}/T_A = 1.05\ kJ/36.1\ K = 29.1\ J/K$

Per cui la variazione di entropia lungo la isocora+isobara e` data da

$\Delta S_{CB} + \Delta S_{AC} = -\Delta S_{BA} = -29.1\ J/K$

Esercizio 3

a) Sulla particella agiscono la forza peso diretta verso il basso e la forza magnetica dovuta al campo magnetico dei due fili. Per muoversi di moto rettilineo uniforme, per il secondo principio della dinamica la forza totale agente sulla particella deve essere nulla e quindi la forza magnetica deve essere diretta verso l'alto. Essendo negativa la carica della particella, cio` e` possible solo se entrambe le correnti sono dirette da sinistra a destra e con il campo magnetico totale uscente dalla figura. Per trovare il modulo del campo magnetico

$\vec{\mathbf{B}}_1 = \mu_0/2\pi\ I_1/d\ \hat{\mathbf{z}},\ \vec{\mathbf{B}}_2 = -\mu_0/2\pi\ I_2/(h-d)\ \hat{\mathbf{z}},\ \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}}_1 + \vec{\mathbf{B}}_2 = \mu_0/2\pi\ (I_1/d - I_2/(h-d))\ \hat{\mathbf{z}}$

Da cui

$|\mathbf{B}| = \mu_0/2\pi\ (I_1/d - I_2/(h\text{-}d)) = 2.00 \times 10^{-7} x(45.0/0.05 – 15.0/0.15) = 1.60 \times 10^{-4}$ T

b) Per il secondo principio della dinamica $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{mag}} + \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{peso}} = 0 \Rightarrow -mg + e\ v\ B = 0$
$\Rightarrow m = e\ v\ B/g = (1.60 \times 10^{-19} \times 2.00 \times 10^{8} \times 1.60 \times 10^{-4})/9.8 = 5.22 \times 10^{-16}$ kg

c) Affinche' il campo magnetico totale in un punto sia nullo, questo deve trovarsi nello stesso piano dei due fili, fra i fili stessi. Alla distanza L dal primo filo (e dunque distanza h-L dal secondo filo) la somma dei due campi e\` nulla quindi
$B = \mu_0/2\pi\ (I_1/L - I_2/(h\text{-}L)) = 0 \Rightarrow I_1/L - I_2/(h\text{-}y) = 0$
$\Rightarrow I_1/L = I_2/(h\text{-}L)$ da cui $L = h\ I_1/(I_1+I_2) = (20 \times 45)/(15+45) = 15.0$ cm

Esercizio 4

a) R2 e R3 sono in parallelo tra loro $\Rightarrow 1/Rp = 1/R2 + 1/R3 = 1/20.0 + 1/20.0 = 2/20.0 = 1/10.0\ \Omega^{-1} \Rightarrow Rp = 10.0\ \Omega$
R1 e Rp sono in serie $\Rightarrow R_{eq} = R1 + Rp = 8.00 + 10.0 = 18.0\ \Omega$

b) La Potenza massima dissipata su R2e\`
$P_{max} = R2\ I_2(max)^2 \Rightarrow I_2(max) = \sqrt{}(P_{max}/R2) = \sqrt{}(100W/20\Omega) = 2.24$ A
La d.d.p. massima ai capi di R2 sarà quindi:
$V_2(max) = I_2(max)\ R2 = 2.24\ A \times 20\ \Omega = 44.8$ V

Poichè R2 e R3 sono in parallelo, V2(max) è anche uguale alla d.d.p. ai capi delle resistenze in parallelo, e quindi ai capi di Rp. La corrente massima circolante attraverso R1 sarà quindi:
$I_1(max) = V_2(max)/Rp = 44.8\ V / 10.0\ \Omega = 4.48$ A

Che corrisponde ad una f.e.m. massima del generatore:
$f_{max} = I_1(max)\ Req = 4.48\ A \times 18.0\ \Omega = 80.6$ V