Soluzione degli esercizi del 26 febbraio 2008

Esercizio 1 – (a) Per un fluido ideale vale l'equazione di continuità: $A(z_1)v_1 = A(z_2)v_2$, da cui $v_2 = \frac{A(z_1)}{A(z_2)}v_1 = \frac{z_1}{z_2}v_1 = \frac{2.0}{8.0}2.8 = 0.70$ m/s.
(b) Applicando l'equazione di Bernoulli si ha
$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho g\left(z_2 - z_1\right) = 1.1\cdot 10^3\left\{\frac{1}{2}\left[(0.70)^2 - (2.8)^2\right] + 9.8\cdot(8.0-2.0)\right\} = 61000$ Pa.

Esercizio 2 – La trasformazione è un'isoterma reversibile. Si ha:
$L_{gas} = nRT_0 \ln(V_2/V_1) = nRT_0 \ln(p_1/p_2) = 1.5\cdot 2.0\cdot 273\cdot \ln 3 = 900$ cal; $\Delta U = 0$; quindi $Q_{gas} = L_{gas} = 900$ cal, calore assorbito dal gas, ovvero ceduto dalla miscela di acqua e ghiaccio: $Q_{gas} = -Q_{miscela}$.
(a) La massa di acqua solidificata è pari a $m = \left|Q_{miscela}\right|/\lambda = 900/80 = 11$g.
(b) $\Delta S_{gas} = nR\ln\frac{V_2}{V_1} = nR\ln\frac{p_1}{p_2} = 1.5\cdot 2.0\cdot \ln 3 = 3.3$ cal/K.
$\Delta S_{miscela} = \frac{Q_{miscela}}{T_0} = -\frac{900}{273} = -3.3$ cal/K; si noti che $\Delta S_{gas} + \Delta S_{miscela} = 0.0$ cal/K, in quanto il sistema gas + miscela subisce una trasformazione adiabatica reversibile.

Esercizio 3 – (a) Il potenziale di un conduttore sferico è
$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$, da cui $R_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{V_1} = 9.0\cdot 10^9\,\frac{3.2\cdot 10^{-11}}{512} = 0.54$ mm.
(b)Dopo l'unione la nuova goccia ha carica $Q_2 = 2Q_1$. Il volume è doppio, per cui si può scrivere $\frac{4}{3}\pi R_2^3 = 2\frac{4}{3}\pi R_1^3$, da cui si ottiene $R_2 = R_1\sqrt[3]{2}$. Il potenziale della nuova goccia è perciò
$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q_1}{R_1\sqrt[3]{2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2}}V_1 = 813$ V.

Esercizio 4 – All'equilibrio la forza magnetica fra i fili è bilanciata dalla forza elastica.
(a) Le molle si contraggono, quindi la forza magnetica fra i fili è attrattiva. Ne consegue che le correnti sono in verso concorde.
(b) Per una sezione dei due fili di lunghezza L, comprendente una molla, si ha $\frac{\mu_0 L i^2}{2\pi d} = k\Delta$, dove Δ è la contrazione della molla.
$\Delta = \frac{\mu_0 L i^2}{2\pi d k} = \frac{2\cdot 10^{-7}\cdot 2.8\cdot (150)^2}{0.046\cdot 7.5} = 3.7$ cm.

Esercizio 5 –

a) Per trovare X utilizziamo la formula per la media pesata:

$X_w = \frac{w_1 X1 + w_2 X2 + w_3 X3}{w_1 + w_2 + w_3}$, con i pesi w_i definiti da $w_i = 1/\sigma_i^2$. Troviamo: X_w = 60.5 mg per kg.

Mentre per la deviazione standard della media pesata: $\sigma_w = \frac{1}{\sqrt{w_1 + w_2 + w_3}}$ troviamo: σ_w = 1.8 mg per kg.

b) La dose da somministrare è data da: $M_{dose} = M_{paziente} \cdot X_w$

L'incertezza sul valore di M_{dose} si trova utilizzando la formula per la propagazione degli errori, indipendenti e causali: $\Delta M_{dose} = \sqrt{(\Delta M_{paziente} \cdot X_w)^2 + (M_{paziente} \cdot \sigma_w)^2}$ = 139 mg

c) La distribuzione di dosi di anestetico che provocano danni nei pazienti ha valore centrale X_d = 130 mg e larghezza σ_d = 20 mg. La migliore stima della quantità di anestetico da somministrare al paziente per kg di massa è X_w = 60.5 mg. Questo valore dista da X_d della quantità: $t = X_w - X_d$ = 69.5 mg, che corrisponde a $t = 3.45\sigma_d$. Quindi, essendo la distanza tra X_w e X_d maggiore di 3 volte σ_d, la probabilità che la dose X_w provochi danni è inferiore allo 0,5 %.