Esame di Fisica per Sc. Biologiche. 13 Gennaio 2003

Problema 1:

Domanda (a): E' sufficiente imporre la conservazione dell'energia:

$$m_1 g r = \frac{1}{2} m_1 v_{1,\text{prima}}^2$$

da cui

$$v_{1,\text{prima}} = \sqrt{2gr} = 4.85\,\text{m/s}.$$

Domanda (b): Nell'urto si conserva la quantità di moto e l'energia (l'urto è elastico). Quindi

$$\begin{aligned} m_1 v_{1,\text{prima}} &= m_1 v_{1,\text{dopo}} + m_2 v_{2,\text{dopo}} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1,\text{prima}}^2 &= \frac{1}{2} m_1 v_{1,\text{dopo}}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2,\text{dopo}}^2 \end{aligned}$$

Risolvendo questo sistema di equazioni nelle incognite $v_{1,\text{dopo}}$ e $v_{2,\text{dopo}}$ otteniamo

$$\begin{aligned} v_{1,\text{dopo}} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1,\text{prima}} = -\frac{1}{3} v_{1,\text{prima}} = -1.62\,\text{m/s}. \\ v_{2,\text{dopo}} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1,\text{prima}} = \frac{2}{3} v_{1,\text{prima}} = 3.23\,\text{m/s}. \end{aligned} \tag{1}$$

Domanda (c): Sul blocchetto, nel suo moto dopo l'urto, operano tre forze: la forza peso $m_2 g$ diretta verso il basso, la reazione vincolare N diretta verso l'alto, la forza d'attrito che si oppone al moto (quindi diretta verso sinistra) $F_a = \mu N$. Dato che non vi è moto verticale la somma delle forze verticali è nulla e quindi $N - m_2 g = 0$, ossia $N = m_2 g$. Quindi $F_a = \mu m_2 g$.

Il soluzione puo' essere trovata in due modi: (a) utilizzando il teorema della energia cinetica; (b) utilizzando le leggi di Newton e la cinematica. Utilizzando il metodo (a), scriviamo che

$$K_f - K_i = L,$$

dove L è il lavoro della forza d'attrito. Quindi

$$L = \int \vec{F} \cdot d\vec{x} = -\int_0^d F_a dx = -F_a \int_0^d dx = -F_a d = -\mu m_2 g d$$

Quindi

$$\frac{1}{2} m_2 v_{2,f}^2 = \frac{1}{2} m_2 v_{2,\text{dopo}}^2 - \mu m_2 g d$$

$$v_{2,f} = \sqrt{v_{2,\text{dopo}}^2 - 2\mu g d} = 2.65\,\text{m/s}.$$

Utilizzando il secondo metodo, calcoliamo la decelerazione dovuta alla forza d'attrito:

$$a = -\frac{F_a}{m_2} = -\mu g = -2.16\,\mathrm{m/s}^2 \ .$$

Quindi la cinematica ci dà

$$v_{2,f} = \sqrt{v_{2,\mathrm{dopo}}^2 + 2ad} = 2.65\,\mathrm{m/s}.$$

Problema 2:

Il processo può essere schematizzato da una trasformazione adiabatica reversibile seguita da una trasformazione isobara in cui il palloncino va di nuovo in equilibrio termico con il lago. Calcoliamo preliminarmente la pressione a 10 e 20 m di profondità nel lago:

$$\begin{aligned} p_{10} &= p_{\mathrm{atm}} + \rho g h = 1.99 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \\ p_{20} &= p_{\mathrm{atm}} + \rho g h = 2.97 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}. \end{aligned} \tag{2}$$

Qui ρ è la densità dell'acqua, $\rho = 1000$ kg/m^3.

Domanda (a): A 20 m la pressione dell'aria è p_{20} e la temperatura è quella del lago, dato che il palloncino è *inizialmente in equilibrio con l'ambiente circostante*. Quindi il volume V_{20} a 20 m è dato da:

$$V_{20} = \frac{nRT_{\mathrm{lago}}}{p_{20}} = 8.05 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^3.$$

La trasformazione che lo porta a 10 m è una adiabatica reversibile, quindi possiamo usare

$$p_{10}V_{10}^{\gamma} = p_{20}V_{20}^{\gamma},$$

dove $\gamma = C_P/C_V$ è il rapporto dei calori specifici. Per un gas perfetto biatomico, $C_V = 5R/2$, $C_P = 7R/2$, $\gamma = 7/5$. Quindi

$$V_{10} = V_{20}\left(\frac{p_{20}}{p_{10}}\right)^{1/\gamma} = 10.7 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^3.$$

Quindi

$$T_{10} = \frac{p_{10}V_{10}}{nR} = 257\,\mathrm{K}.$$

Si noti che T_{10} è inferiore alla temperatura del lago $T_{\mathrm{lago}} = 288$ K, per cui il palloncino compie una dilatazione isobara (assorbendo calore) per raggiungere l'equilibrio termico.

Domanda (b): Nella trasformazione adiabatica non c'è scambio di calore. Il palloncino invece assorbe calore nella dilatazione isobara successiva. Quindi il calore assorbito dal palloncino è

$$Q_{\mathrm{isobara}} = nC_P(T_{\mathrm{lago}} - T_{10}) = 91\,\mathrm{J}.$$

Domanda (c): Il lago cede una calore Q_{isobara} al palloncino. Quindi

$$\Delta S_{\text{lago}} = -\frac{Q_{\text{isobara}}}{T_{\text{lago}}} = -0.31\,\text{J/K}.$$

Il palloncino compie una trasformazione adiabatica ($\Delta S = 0$) ed una trasformazione isobara. Quindi

$$\Delta S_{\text{pall}} = nC_P \log \frac{T_{\text{lago}}}{T_{10}} = 0.33\,\text{J/K}.$$

Problema 3:

Domanda (a): Se al parallelo viene applicata una differenza di potenziale V, ciascuna resistenza dissipa una potenza V^2/R_i, ossia, inserendo i valori numerici, $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 20\ \Omega$

$$P_1 = 0.2V^2, \qquad P_2 = 0.1V^2, \qquad P_3 = 0.05V^2.$$

Quindi se immaginiamo di aumentare V progressivamente, vediamo che la resistenza che raggiunge per prima la potenza massima di 5 W è la resistenza 1 da 5 Ω. Quindi

$$P_1 = 0.2V_{\text{max}}^2 = 5, \qquad\qquad V_{\text{max}} = 5\,V.$$

Domanda (b):

$$P_{\text{tot}} = P_1 + P_2 + P_3 = 0.2V_{\text{max}}^2 + 0.1V_{\text{max}}^2 + 0.05V_{\text{max}}^2 = 8.75\,\text{W}.$$

Domanda (c): Trattandosi di un collegamento in parallelo: $I_{\text{tot}} = I_1 + I_2 + I_3$. Le singole correnti seguono dalla legge di Ohm. Quindi

$$I_{\text{tot}} = \frac{V_{\text{max}}}{R_1} + \frac{V_{\text{max}}}{R_2} + \frac{V_{\text{max}}}{R_3} = 1.75\,\text{A}.$$