

Strutture portanti bidimensionali

Si ricorda che un **elemento*** di Struttura portante può essere schematizzato - secondo la sua conformazione - in tre categorie:

- *lineare*, quando una sua dimensione prevale largamente sulle altre due – travi, pilastri, pali;
- *superficiale*, quando due sue dimensioni prevalgono sull'altra – piastre, lastre, volte sottili, muro di sostegno;
- *volumetrico*, quando le sue dimensioni principali sono dello stesso ordine di grandezza – plinto alto, giunto sferico.

* Alcune **Strutture portanti** nel loro complesso, applicando la regola del *cambio di scala*, possono essere assimilate ad un unico elemento e pertanto ricadere in una delle categorie precedenti. A dette strutture sono inferibili i ragionamenti validi per le tre categorie precedenti.

Strutture portanti bidimensionali o superficiali

Piastre & Lastre

Sono elementi piani. Sottoposti ad una sollecitazione di un Momento si incurvano e la *curvatura* ($c = 1/\text{raggio}$) risultante è proporzionale ad M/EJ – esempi

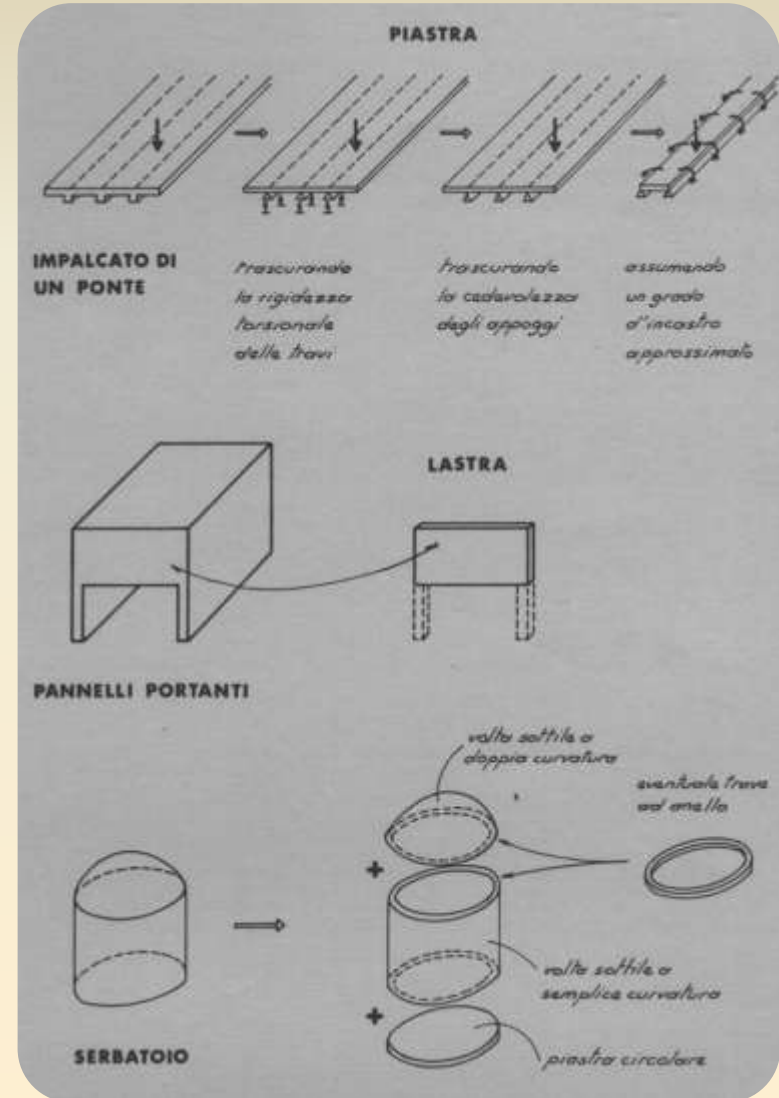
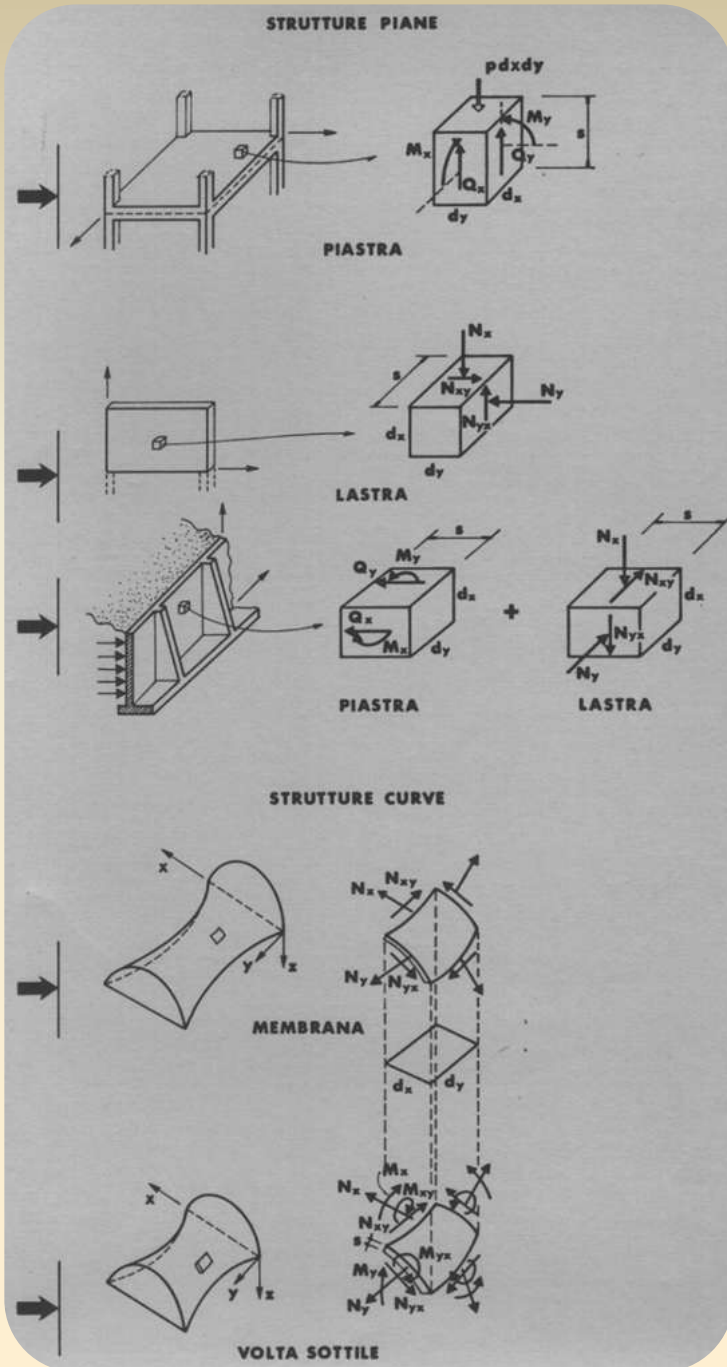
Volte sottili

sono *volte* – anche se sottili, dunque è presente un momento resistente dovuto al loro spessore s , e al modulo di elasticità E – esempi

Membrane

sono elementi *sottili*, non è presente un momento resistente dovuto al loro esiguo spessore s , e al modulo di elasticità E – esempi

Strutture portanti schematizzate con superfici



Piastre e Lastre

PIASTRA **LASTRA** **PIASTRA + LASTRA**

$M_{xy} = M_{yx}$ $N_{xy} = N_{yx}$

5 sollecitazioni + 3 sollecitazioni = 8 sollecitazioni

In campo elastico il problema piano può essere studiato (quando occorre) separatamente, sommando poi i risultati.

Membrane e Volte Sottili

MEMBRANA

3 sollecitazioni: $N_x, N_y, N_{xy} = N_{yx}$

VOLTE SOTTILE

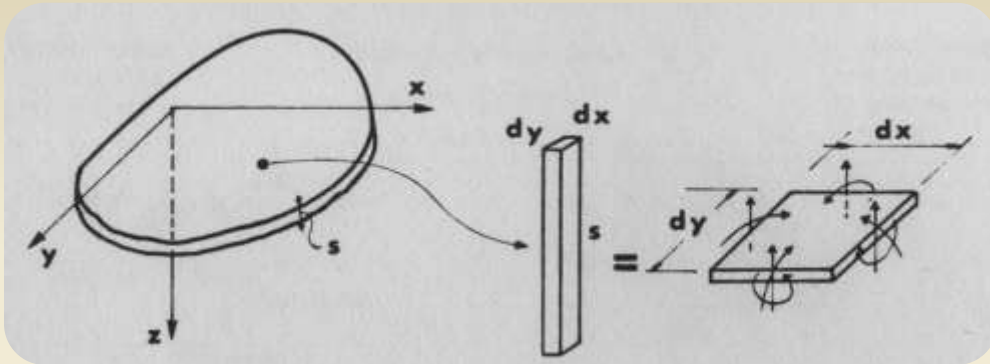
- in generale 10 sollecitazioni
- nei casi correnti: 8 sollecitazioni

$N_{xy} = N_{yx}$
 $M_{xy} = M_{yx}$

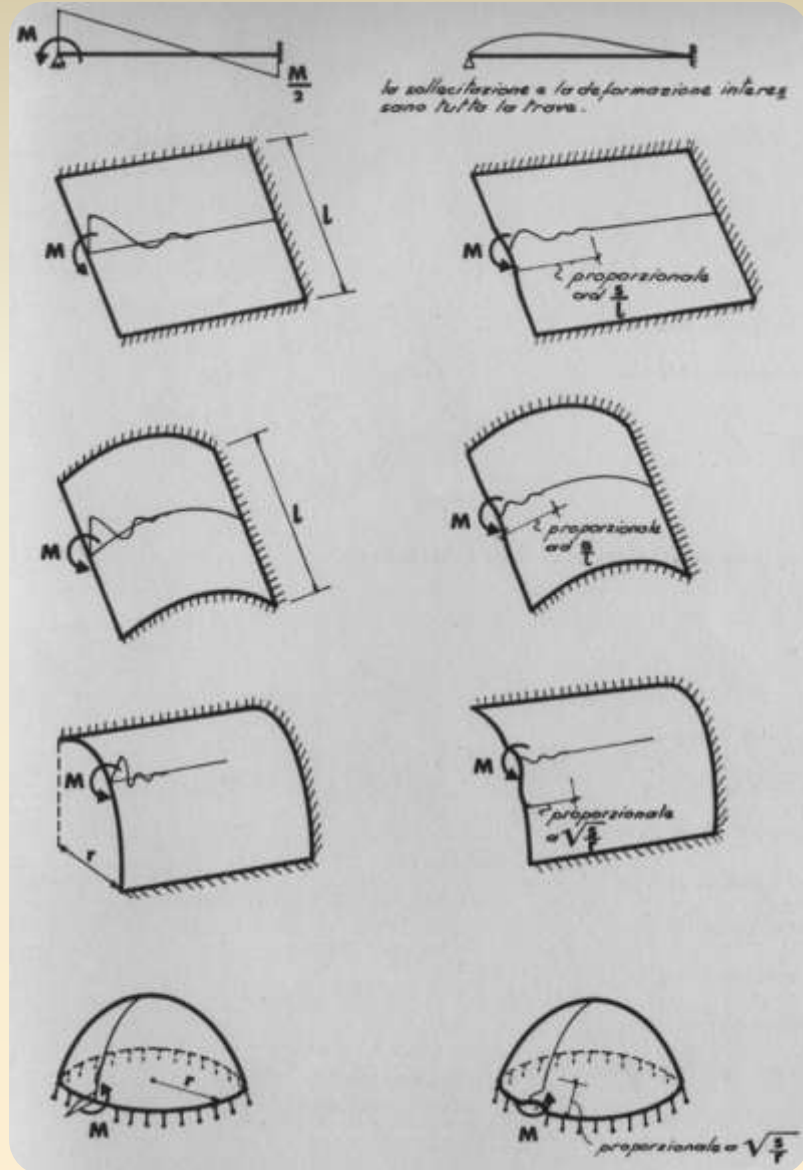
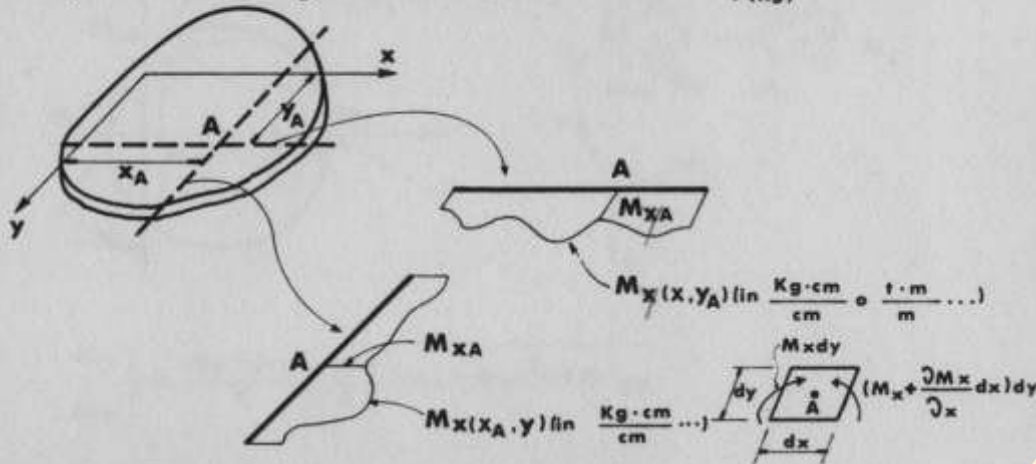
← $\left[\begin{array}{l} \text{- superfici abbastanza piatte} \\ \text{(} r_x \approx r_y \rightarrow \infty \text{)} \\ \text{- volte sferiche (} r_x = r_y \text{)} \end{array} \right.$

Non è possibile considerare separatamente le azioni di membrana e le azioni flessionali poiché compaiono insieme nelle medesime equazioni di equilibrio (vedi tav. seguente)

Piastre

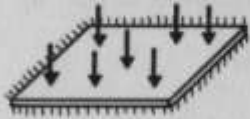


A differenza delle travi, le sollecitazioni nelle strutture bidimensionali hanno un valore puntuale e sono riferite all'unità di larghezza dell'elemento.



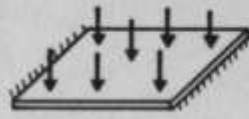
CONDIZIONI AL CONTORNO

comportamento a piastra



≠

comportamento a "soletta"

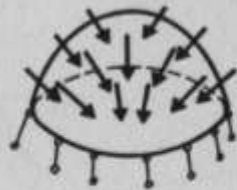


comportamento a volta sottile



≠

comportamento a membrana



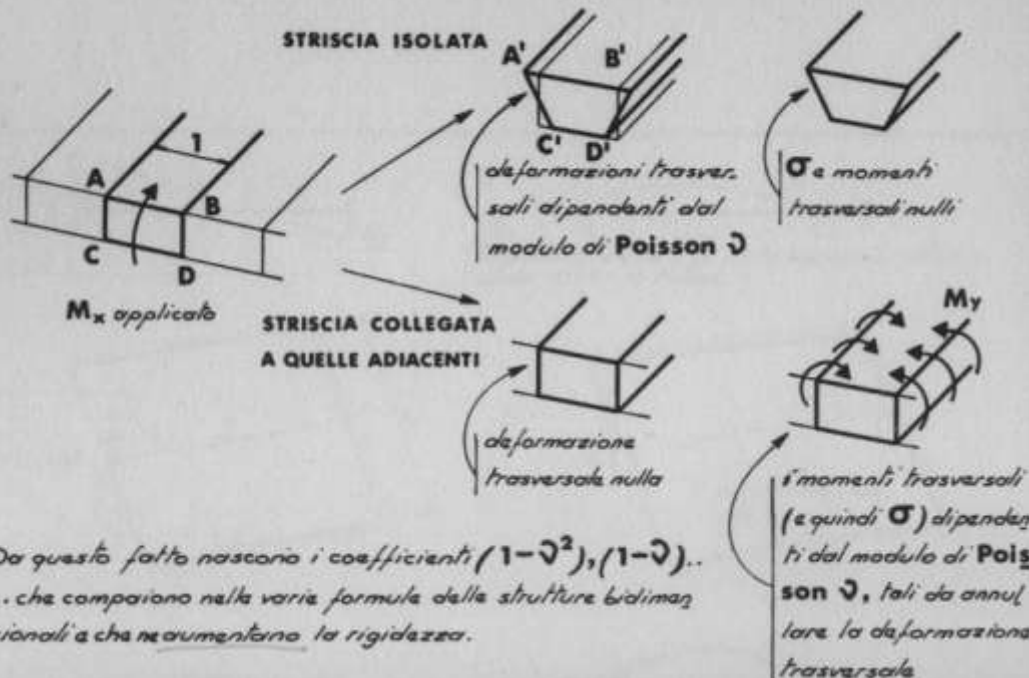
Le condizioni al contorno sono determinanti nel comportamento della struttura

Strutture portanti bidimensionali

Caratteristiche peculiari:

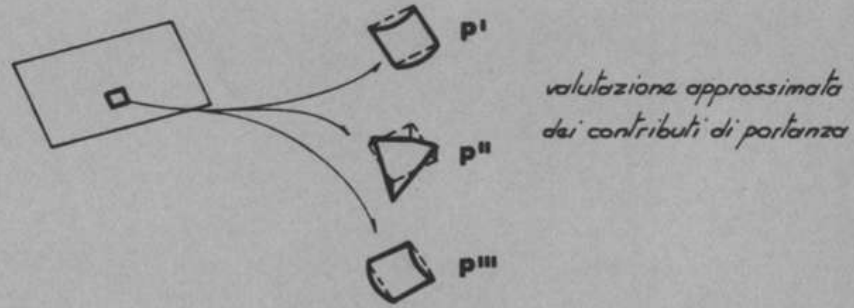
- Le condizioni al contorno (vincoli lineari)
- Deformazioni vincolate (effetti del 2° ordine contrastati dagli elementi affiancati)

CONTRIBUTO DELLA CONTRAZIONE LATERALE IMPEDITA



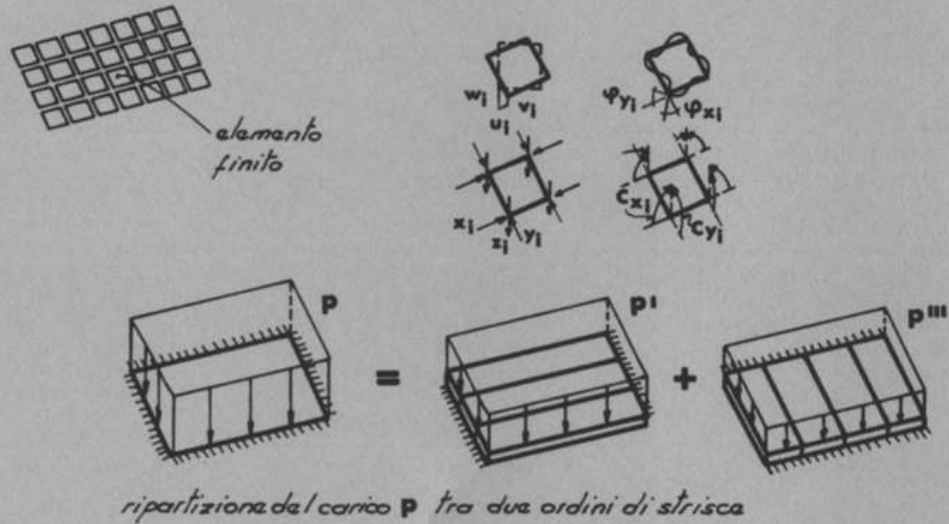
SOLUZIONE APPROSSIMATA
DELL'EQUAZIONE DIFFERENZIALE

Schema 1



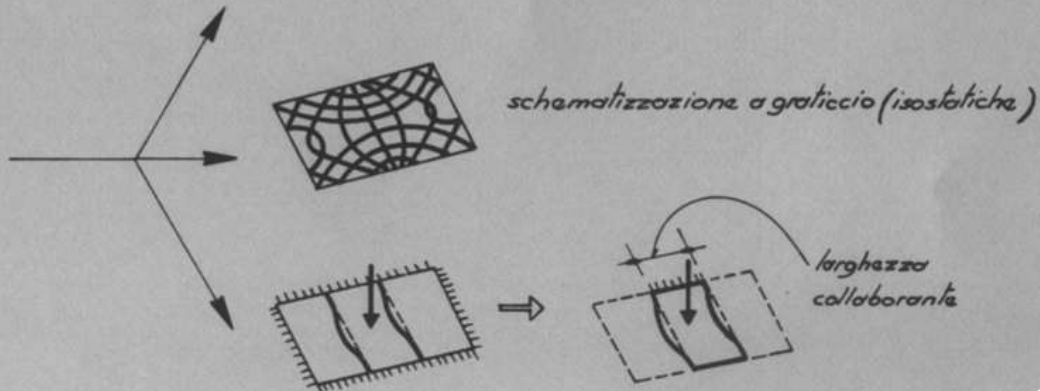
ELEMENTI FINITI

Schema 2

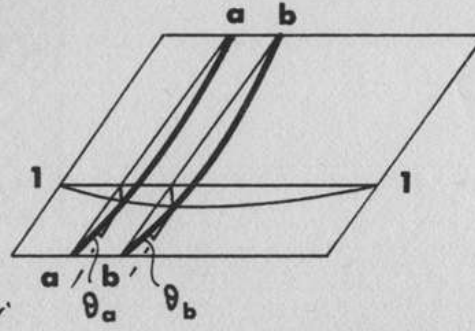
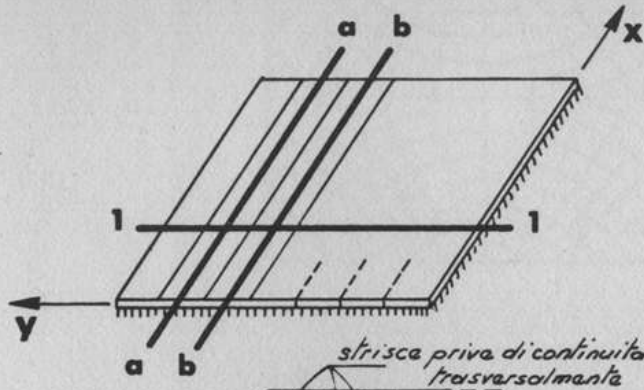


SCHEMATIZZAZIONE AD
ELEMENTI MONODIMENSIONALI

Schema 3

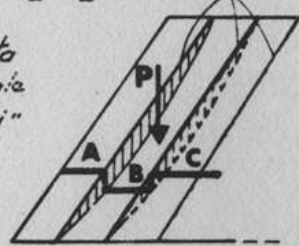


INTERVENTO DEI MOMENTI TORCENTI

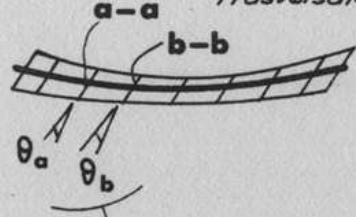


striscia priva di continuita' trasversalmente

deformata trasversale "a scalini"

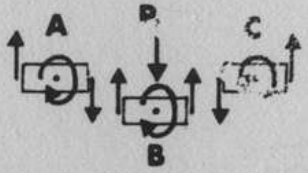


deformata dall'asse trasversale 1-1

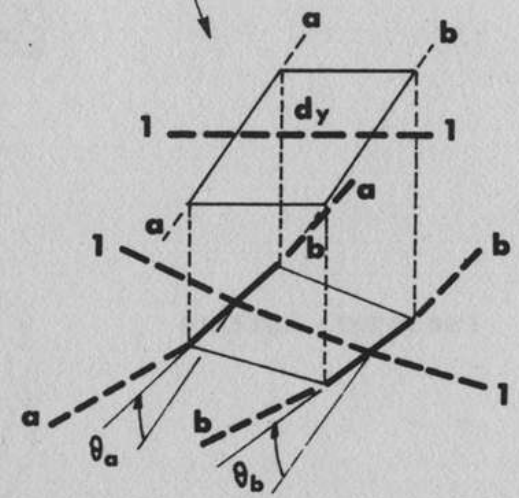


momenti torcenti e sforzi di taglio; nascono per eliminare gli "scalini"

sollecitazioni agenti sulle strisce indipendenti



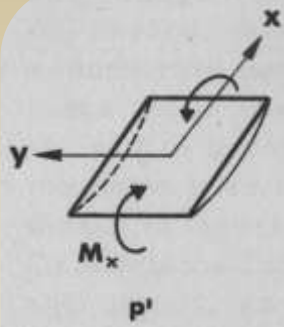
deformata effettiva ottenuta applicando momenti torcenti e sforzi di taglio equilibrati



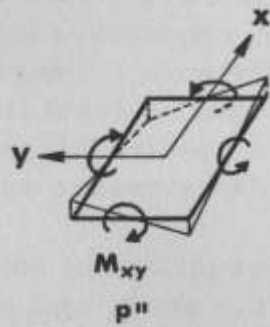
$\frac{\theta_b - \theta_a}{dy}$ rappresenta la torsione dell'asse 1-1

Comportamento
a Piastra
Schema 1

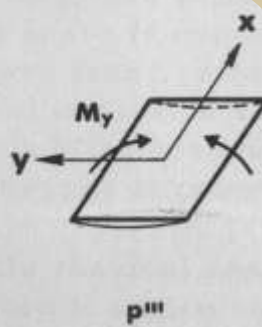
Comportamento a Piastra *Schema 1*



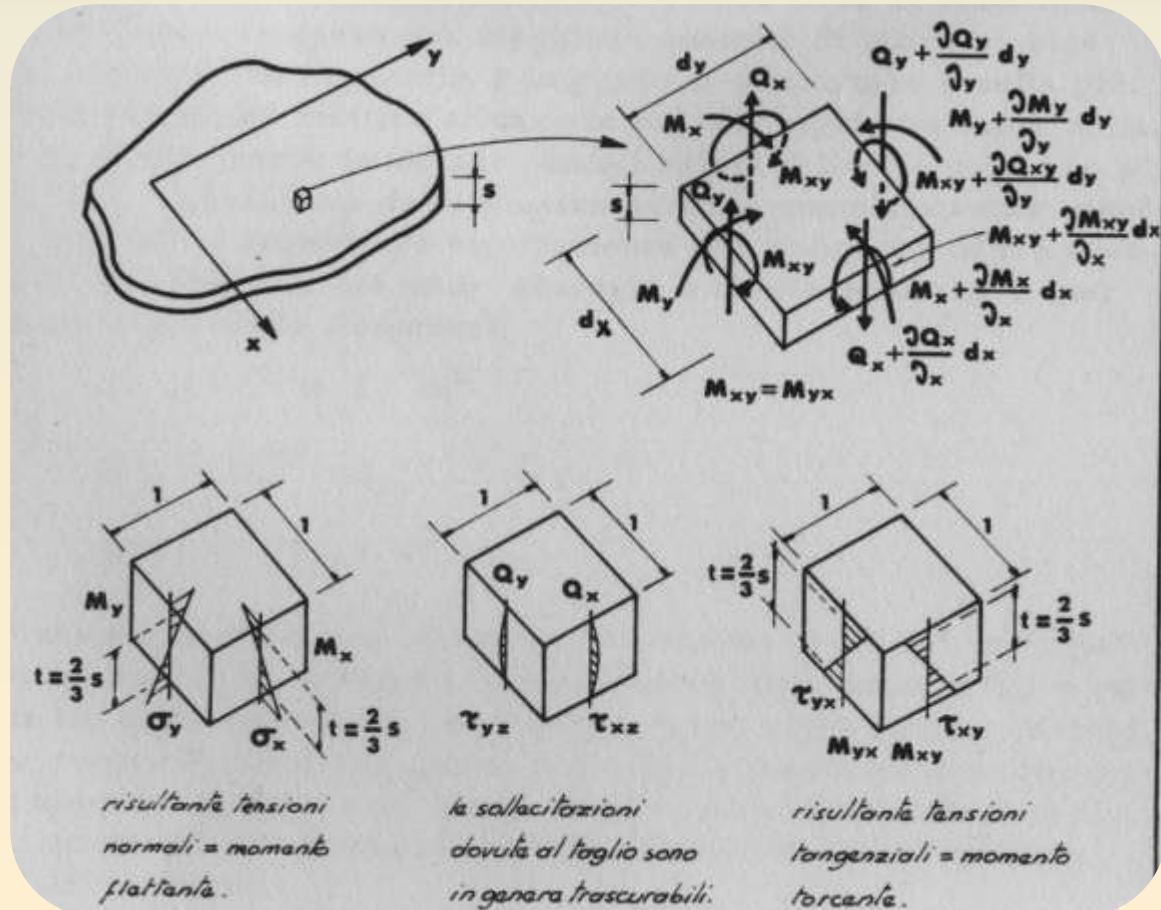
flaccione lungo x



sgambamento



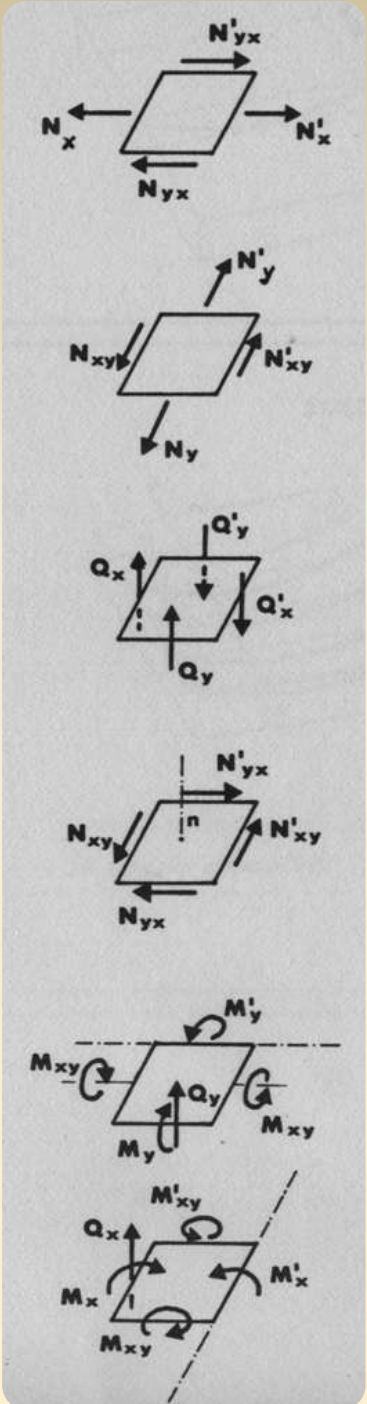
flaccione lungo y



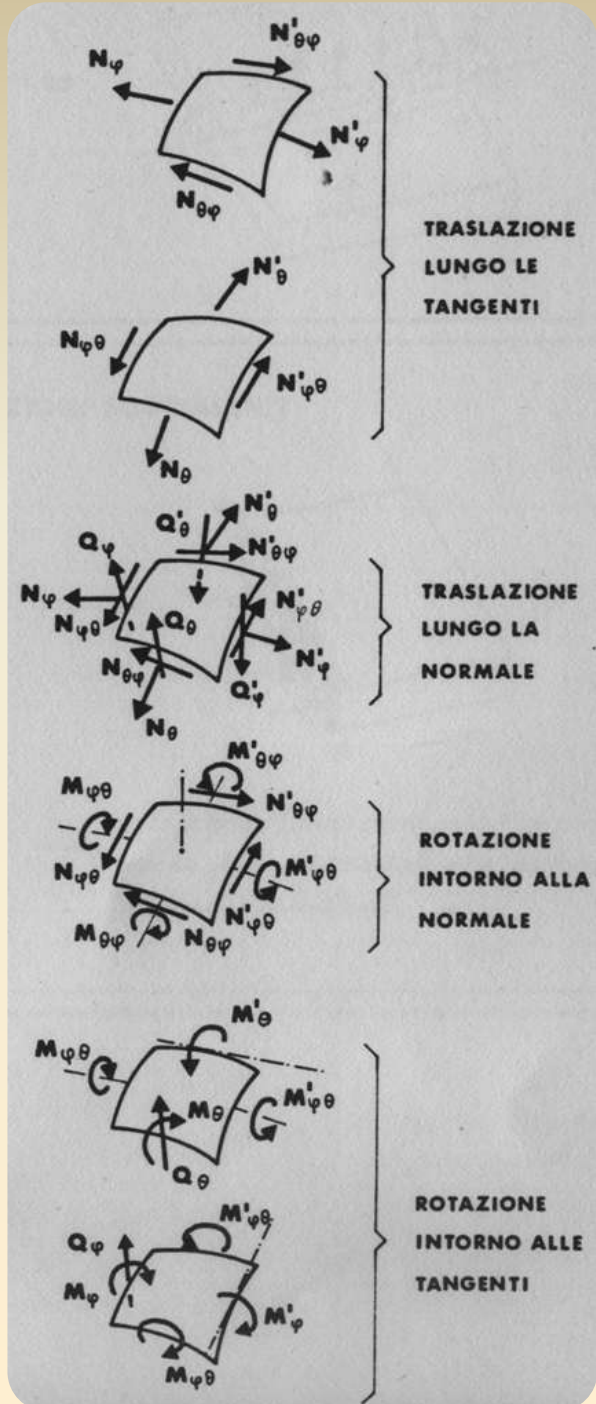
Comportamento a piastra/lastra

Schema 2

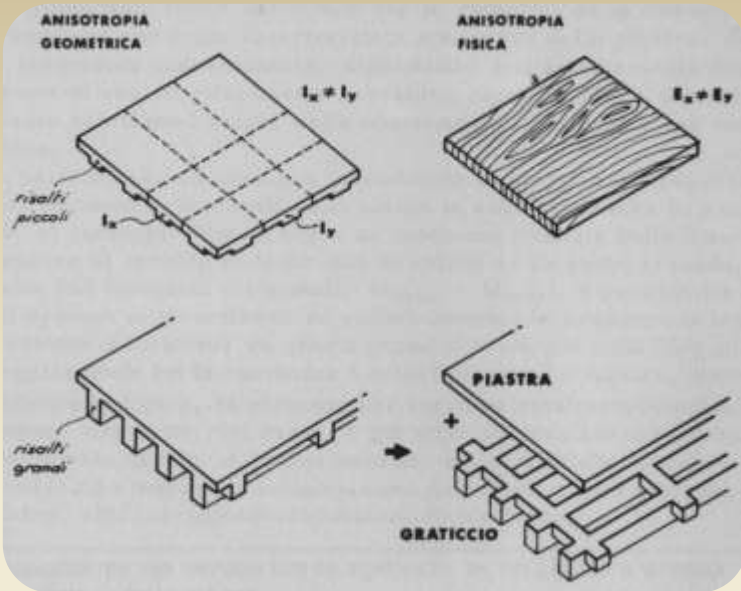
Superfici piane



Superfici curve



Il segno ' indica genericamente la sollecitazione incrementata

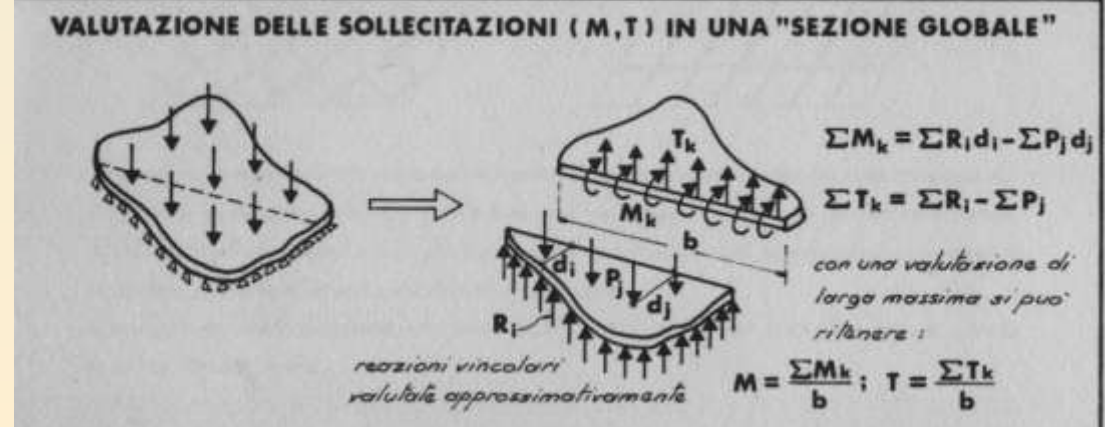
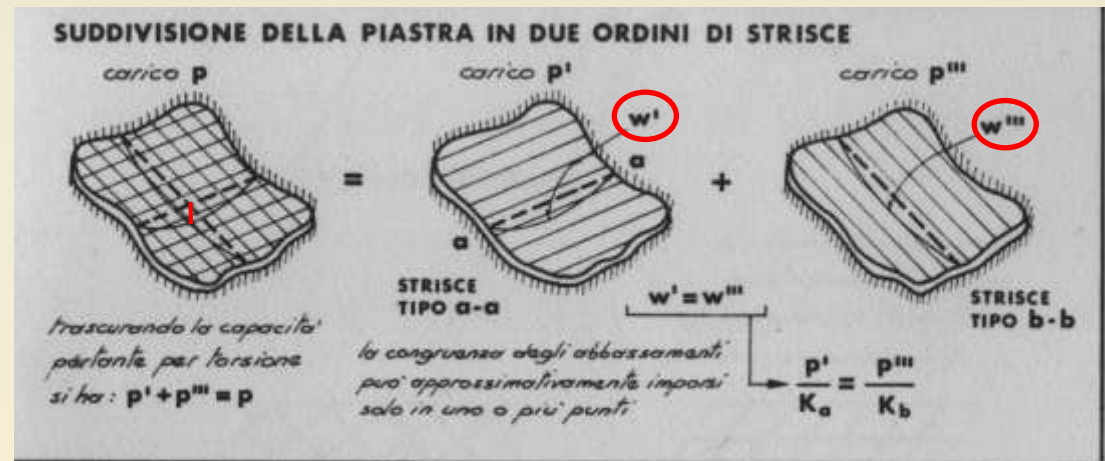


Diversi modelli per lo stesso schema

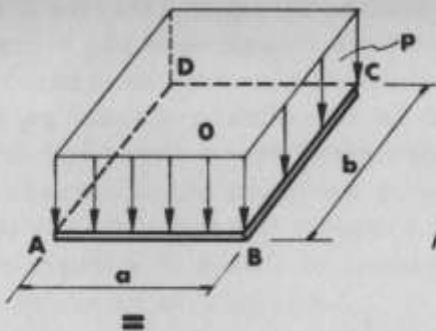
Comportamento a piastra

Schema 3

Per la congruenza dell'abbassamento $w' = w'''$ di un punto x (ad es. lungo due direzioni ortogonali), il momento resistente si ripartisce in modo proporzionale alla curvatura e quindi inversalmente proporzionale ai raggi

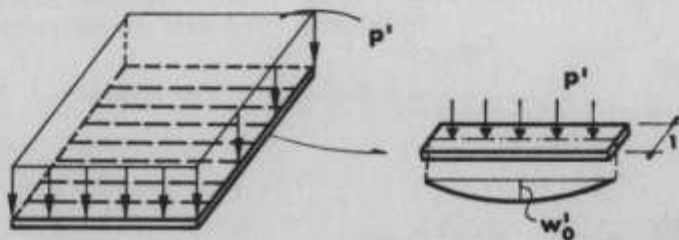


RIPARTIZIONE COSTANTE DEL CARICO p



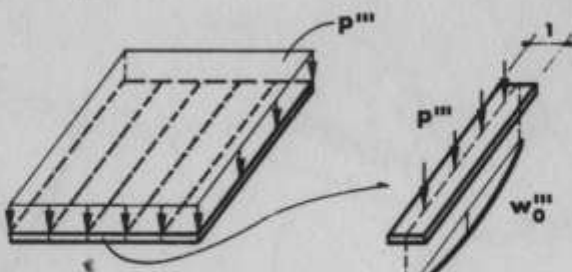
$$p = p' + p'''$$

(equilibrio)



$$w_0' = \alpha' p' a^4$$

α' dipende dal tipo di vincolo lungo i lati AD e BC



$$w_0''' = \alpha''' p''' b^4$$

α''' dipende dal tipo di vincolo lungo i lati AB e CD

$$w_0' = w_0'''$$

(congruenza)

$$\frac{p'}{p'''} = \frac{b^4}{a^4}$$

se i vincoli sono gli stessi su tutti i lati della piastra

$$p' = p \frac{b^4}{a^4 + b^4}$$

$$p''' = p \frac{a^4}{a^4 + b^4}$$

Ripartizione delle sollecitazioni lungo i due assi principali

Schema 3

$$p = p' + p'''$$

$$b = 1,5 a$$

$$p' = \frac{(1,5a)^4}{a^4 + (1,5a)^4} = \frac{5,0625 a^4}{a^4 + 5,0625 a^4} = 0,835$$

$$p' \cong 84\% p$$