1 Limiti di funzioni di più variabili

Calcolare, se esistono, i seguenti limiti di funzioni di due variabili:

1.1 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4}{x^2+y^2}$

1.2 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} y^2 \cos\frac{1}{xy}$

1.3 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x^2-3y^2)^2}{x^2+2y^2}$

1.4 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{(y-1)^4}{x^2+y^2+2(1-x-y)}$

1.5 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3-2xy+y^3}{x^2+y^2}$

1.6 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(\frac{\pi}{2},0)} \frac{y}{\cos x}$

1.7 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y}{x^4+y^2}$

1.8 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\log(1+xy)}{x^2+y^2}$

1.9 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1-e^{x^3y^2}}{x^6+y^4}$

1.10 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^4}{x^2+y^4}$

1.11 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\log(1+x^3y^2)}{x^6+y^2}$

1.12 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(2,0)} \frac{\sin(xy^2-2y^2)}{\sqrt{(x-2)^2+y^2}}$

1.13 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\log(1+x^2y)}{4x^2+y^2}\,.$

1.14 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2}{x^2+y^2}\sin\left(\frac{x^2}{x^2+y^2}\right)$

1.15 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x-y}{x^2+y^2+1}$

1.16 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{\sin^2(x+y-2)}{(x-1)^2+y^2-2y+1}$

1.17 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to\infty} x^2y^4$

1.18 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to\infty} \frac{1}{x^4+3y^4}$

1.19 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to\infty} (x^4+y^3)$

1.20 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to\infty} (x^4+\sqrt{|y|})$

1.21 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to\infty} (x^4+y^4-x)$

1.22 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to\infty} \frac{1}{x^4-3y^4}$

1.23 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to\infty} \frac{x^2}{x^2+y^2}$

1.24 Studiare l'insieme di definizione (in funzione del parametro reale a) per la funzione

$$f(x,y)=\frac{\arctan(xy)}{\sqrt{ax^2+y^2}}\,,$$

e la continuità della funzione $\tilde f$ definita da

$$\tilde f(x,y)=\begin{cases} f(x,y) & \text{se } f \text{ definita,}\\ 0 & \text{se } f \text{ non definita.}\end{cases}$$

Discutere la possibilità di estendere con continuità a tutto $\mathbb{R}^2$ le seguenti funzioni:

1.25 $f(x,y)=\dfrac{\sin(2x-2y)}{x-y}$

1.26 $f(x,y)=\dfrac{xy}{|xy|}$

1.27 $f(x,y)=(x^2+y^2)\cos\dfrac{1}{x}$

1.28 $f(x,y)=\dfrac{x+y}{x-y}$

1.29 $f(x,y)=\dfrac{y^2}{(x^2+y^2)^{2/3}}$

1.30 $f(x,y)=\dfrac{\exp\left[y^2/(x^2+y^2)^{2/3}\right]}{\sqrt[3]{x^2+y^2}}$

1.31 $f(x,y)=\dfrac{xy^3+y^2}{x^2+y^2}$

1.32 $f(x,y)=\arctan\dfrac{x}{|y|}$

2 Risposte ad alcuni esercizi

1.1: 0; **1.2:** 0; **1.3:** 0; **1.4:** 0; **1.5:** non esiste; **1.6:** non esiste; **1.7:** non esiste; **1.8:** non esiste; **1.17:** non esiste; **1.18:** 0; **1.19:** non esiste; **1.20:** $+\infty$; **1.21:** $+\infty$; **1.22:** non esiste; **1.23:** non esiste;