



- (1) Una bombola di volume pari a 0.10 m^3 contiene elio alla pressione di 1500 kPa . Quanti palloncini da 25 cm di diametro si possono gonfiare, se la pressione di ogni palloncino raggiunge il valore di 102 kPa e la temperatura resta costante? **Suggerimento:** quando si gonfia l'ultimo palloncino, nella bombola rimane del gas alla stessa pressione del palloncino. La quantità totale di gas si conserva.
- (2) Due treni si muovono in direzioni opposte alla velocità di 90 km/h . Uno dei due emette un fischio di frequenza $\nu = 520 \text{ Hz}$. Qual è la frequenza del suono percepita dal macchinista dell'altro treno?
- (3) Una goccia d'acqua ha un diametro di 0.1 mm ed è carica negativamente. Alla sua superficie il campo elettrico ha intensità $E = 5 \text{ kV/cm}$. Determinare l'intensità di un campo elettrico uniforme capace di mantenere la goccia sospesa in equilibrio in aria, ferma.

- (1) Dopo aver scritto il diametro del palloncino in metri (0.25 m), conviene ricavare subito il raggio che spesso serve: $r = 0.125$ m. Il gas inizialmente presente nella bombola si distribuisce nei palloncini. Naturalmente quello che resta conservato è il numero di moli di gas, n , che si ricava dalla legge di stato:

$$n = \frac{pV}{RT}.$$

Dal momento che R e T sono costanti, è chiaro che quello che deve rimanere costante è il prodotto pV , per cui abbiamo che

$$pV = Np'V' + p'V$$

dove p e V sono pressione e volume della bombola, mentre lo stesso simbolo accentato rappresenta l'analogo nel palloncino. N è il numero di palloncini

$$N = \frac{pV}{p'V'}.$$

Manca solo il volume del palloncino di cui conosciamo il raggio e quindi

$$V' = \frac{4}{3}\pi r^3$$

e in definitiva

$$N = \frac{3(p-p')V}{4p'\pi r^3} = \frac{3 \times (1500 - 102) \times 0.10}{4 \times 102 \times \pi \times 0.125^3} \simeq 168.$$

- (2) Prima di tutto scriviamo i dati in unità SI: 90 km/h corrispondono a 90 000 m/h cioè a 90 000/3600 m/s che sono quindi pari a 25 m/s. Quando il primo treno emette un fronte d'onda, dopo un periodo questo ha viaggiato per una distanza pari a $\ell = cT$, dove $c = 340$ m/s è la velocità del suono in aria. Il fronte d'onda successivo è emesso quando il treno si è spostato di vT , perciò i due fronti d'onda distano

$$\lambda' = (c - v)T$$

l'uno dall'altro. La distanza tra due fronti d'onda successivi è la lunghezza d'onda, quindi il suono emesso dal primo treno sembra avere una lunghezza d'onda pari a λ' per chi sta fermo (il fenomeno si chiama **effetto Doppler**). Chi si trova sull'altro treno vede i fronti d'onda arrivare verso di lui con una velocità superiore rispetto a quella con cui il suono viaggia in aria. La velocità con cui vede arrivare i fronti d'onda è infatti $v'' = v + c$ e perciò percepisce una frequenza

$$\nu'' = \frac{v + c}{\lambda'} = \frac{v + c}{c - v}\nu$$

ricordando che $\nu = 1/T$. La frequenza percepita perciò è pari a

$$\nu'' = \frac{25 + 340}{340 - 25} \times 520 \simeq 600 \text{ Hz}.$$

- (3) scriviamo subito i dati come ci serviranno alla fine: $d = 0.1 \text{ mm} = 0.1 \times 10^{-3} = 10^{-4} \text{ m}$ (quindi il raggio della goccia sarà $r = 0.5 \times 10^{-4} \text{ m}$); $E = 5 \text{ kV/cm}$, che corrisponde a $E = 5 \times 10^3 \text{ V/cm}$, cioè a

$$E = 5 \times 10^3 \frac{\text{V}}{10^{-2} \text{ m}} = 5 \times 10^5 \text{ V}.$$

Se la goccia resta sospesa vuol dire che la risultante delle forze che agiscono su essa è nulla. Le forze agenti sono quella di gravità di modulo mg e quella elettrica di modulo qE_{ext} , dove E_{ext} è il campo esterno (non vi fate fuorviare). Devessere cioè

$$mg = qE_{ext}$$

e quindi

$$E_{ext} = \frac{mg}{q}$$

Non conosciamo la carica della goccia, ma sappiamo che produce un campo pari a E e il campo di una distribuzione sferica di cariche equivale a quello di una carica puntiforme a distanza pari al raggio della distribuzione perciò

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

da cui si ricava che $q = 4\pi\epsilon_0 r^2 E$. La massa della goccia invece si ricava dalla densità ρ :

$$m = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$$

La densità dell'acqua è facile da trovare: 1 l d'acqua pesa 1 kg, ed 1 l è un volume di 1 dm^3 : per fare un metro cubo ci vuole un cubo di 10 cm per lato, perciò ci vogliono 1000 dm^3 e dunque la densità dell'acqua è

$$\rho = \frac{m}{V} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Sostituendo nell'espressione di E_{ext} si ottiene

$$E_{ext} = \rho \frac{gr}{3\epsilon_0 E} \simeq 3.7 \times 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$