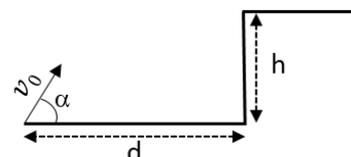


Esercizio 1. Cinematica

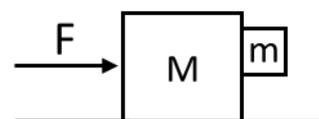
Un cannone spara un proiettile (punto materiale) con velocità v_0 e con un angolo α (rispetto all'orizzontale) da un punto situato a distanza d da un dislivello di altezza h (si veda la figura). Calcolare a quale distanza dal bordo del dislivello atterra il proiettile e il tempo di volo.



DATI: $d = 100 \text{ m}$, $h = 4 \text{ m}$, $v_0 = 40 \text{ m/s}$, $\alpha = 45^\circ$

Esercizio 2. Dinamica

Si consideri la situazione in figura (non c'è attrito tra il punto materiale di massa M e il pavimento ma c'è attrito tra i punti materiali M e m , con coefficiente di attrito statico pari a μ_s). Determinare la forza F minima da applicare alla massa M per non far scivolare la massa m .



DATI: $M = 6 \text{ kg}$, $m = 2 \text{ kg}$, $\mu_s = 0.8$

Esercizio 3. Urti ed energia

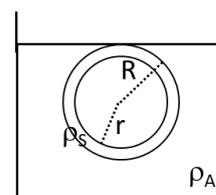
Un blocco di massa M fermo su una superficie scabra orizzontale viene colpito da un proiettile di massa m che viaggia orizzontalmente con velocità v_0 . Sapendo che il proiettile rimane conficcato nel blocco e che questo prima di fermarsi si sposta di una quantità d , determinare il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco e la superficie.

DATI: $M = 2.0 \text{ kg}$, $m = 5.0 \text{ g}$, $v_0 = 1000 \text{ m/s}$, $d = 2.1 \text{ m}$

Esercizio 4. Fluidi

Una sfera cava di raggio interno r , raggio esterno R , e densità ρ_s galleggia quasi completamente immersa in acqua (densità ρ_A), come mostrato in figura. Determinare il raggio interno r .

DATI: $R = 0.9 \text{ m}$, $\rho_s = 7800 \text{ kg/m}^3$, $\rho_A = 1000 \text{ kg/m}^3$



Esercizio 5. Termodinamica

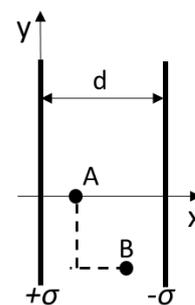
Una certa quantità di gas perfetto compie le seguenti trasformazioni reversibili: (1) una isocora a volume V_A che porta il gas dalla pressione P_A a P_B ; (2) Una espansione isobara che porta il gas in uno stato avente la stessa temperatura iniziale (prima delle due trasformazioni). Determinare il calore totale assorbito o ceduto dal gas.

DATI: $V_A = 3 \text{ l}$, $P_A = 3.5 \text{ atm}$, $P_B = 2.6 \text{ atm}$

Esercizio 6. Campo elettrico

Due piani indefiniti uniformemente carichi (con densità di carica uguale ed opposta e pari in modulo a σ) sono disposti ad una distanza d , come disegnato in figura. Calcolare il lavoro fatto dalla forza elettrostatica per portare una carica q dal punto A di coordinate $(a,0)$ al punto B di coordinate (b,c) seguendo il percorso tratteggiato disegnato in figura (le linee tratteggiate sono parallele agli assi coordinati).

DATI: $\sigma = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$, $q = -1 \cdot 10^{-12} \text{ C}$, $a = 0.5 \text{ m}$, $b = 1.5 \text{ m}$, $c = -1.5 \text{ m}$, $d = 2 \text{ m}$



Esercizio 7. Conduttori

Le superfici sferiche di due gocce di acqua identiche presentano la stessa carica Q e si trovano allo stesso potenziale V . Ad un certo istante, le due gocce si uniscono formando un'unica goccia sferica. Determinare il potenziale elettrico della goccia formata.

DATI: $V = 400 \text{ V}$, $Q = 65 \cdot 10^{-12} \text{ C}$.

NOTE:

Riportare nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio da scansionare.

Il tempo massimo per la consegna del compito completo è di 3 ore.

Il tempo massimo per ritirarsi è 1 ora.

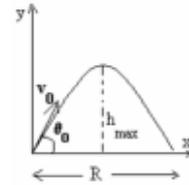
Formulario (in caso di dubbi chiedere al docente)

Moto rettilineo uniformemente accelerato

$$a = cost \quad ; \quad v = v_0 + a(t - t_0) \quad x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Moto parabolico (assumendo l'origine come in figura, si avrà $x_0 = 0, y_0 = 0$)

Traiettoria: $y = y_0 + tg\theta_0 (x - x_0) - \left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}\right) (x - x_0)^2$



gittata $R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta_0)}{g}$ Altezza massima $h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$

Moto circolare uniforme $v = \omega r$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

Forza elastica $\vec{F} = -k(l - l_0)\hat{u}_x$ **Forza peso** $\vec{F} = m\vec{g}$

Modulo forza attrito statico $F \leq \mu_s N$ **Modulo Forza attrito dinamico** $F = \mu_d N$

Lavoro di una forza e teorema dell'energia cinetica: $W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s} = E_k^f - E_k^i$

Energia potenziale forza elastica: $E_p^e = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2 + cost$

Energia potenziale forza peso: $E_p^p = mgy + cost$

Conservazione energia meccanica: $E_k^f + E_p^f = E_k^i + E_p^i$

Bilancio energetico in presenza di forze non conservative: $W_{nc} = E_m^f - E_m^i$

Quantità di moto: $\vec{p} = m\vec{v}$ **Conservazione quantità di moto:** $\vec{p}_{tot} = \sum_i^N \vec{p}_i = cost \rightarrow \vec{p}_1^i + \vec{p}_2^i = \vec{p}_1^f + \vec{p}_2^f$

Centro di massa: $\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i^N m_i \vec{r}_i}{\sum_i^N m_i}$; **Velocità del centro di massa:** $\vec{v}_{cm} = \frac{\sum_i^N m_i \vec{v}_i}{\sum_i^N m_i}$

Momento di una forza: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ **Momento angolare:** $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Condizioni di equilibrio statico di un corpo rigido di una forza: $\vec{M}_{tot}^{ext} = \sum_i^N \vec{M}_i^{ext} = 0$; $\vec{F}_{tot}^{ext} = \sum_i^N \vec{F}_i^{ext} = 0$

Equazioni cardinali (polo fisso): $\vec{R}_{tot}^{ext} = \frac{d\vec{p}_{tot}}{dt}$ $\vec{M}_{tot}^{ext} = \frac{d\vec{L}_{tot}}{dt}$

Momento d'inertia per un sistema di punti materiali: $I = \sum_i^N m_i r_i^2$

Momento angolare di un corpo che ruota attorno ad un asse fisso di "simmetria": $\vec{L} = I\vec{\omega}$

Conservazione del momento angolare: $\vec{L}_{tot} = \sum_i^N \vec{L}_i = cost$

Legge della portata: $A_1 v_1 = A_2 v_2$ **Legge di Stevino:** $P_2 = P_1 + \rho gh$

Equazione di Bernoulli: $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2 = cost$

Spinta di Archimede: $F_A = \rho_{fl.} sp. V_{immerso} g$ (1atm = $1.01 \cdot 10^5$ Pa = 760 mmHg)

Calore specifico: $c = \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ **Calore specifico del ghiaccio:** $c = 2090 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$

Equivalente meccanico della caloria = 4.186 J = 1 cal **Cambiamento di fase** $Q = m\lambda$

Calore latente di fusione del ghiaccio: $\lambda = 33.5 \cdot 10^4 \frac{J}{kg}$ **Primo principio della Termodinamica** $\Delta U = Q - L$

Lavoro in una trasformazione termodinamica: $L = \int_{V_i}^{V_f} p dV$

Equazione di stato dei gas perfetti: $PV = nRT$ $R = 8.314 \frac{J}{mol \cdot K}$

Legge di Coulomb: $\vec{F}_e = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ $\epsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

carica elettrone $1.602 \cdot 10^{-19} C$ **massa elettrone** $9.1095 \cdot 10^{-31} Kg$; **massa protone** $1.673 \cdot 10^{-27} Kg$

Forza elettrostatica subita da una carica q immersa in un campo elettrico E: $\vec{F}_e = q\vec{E}$

Flusso elettrico: $\varphi(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}\hat{n}$ **Teorema di Gauss:** $\varphi(\vec{E}) = \int_{SCHIUSA} \vec{E} \cdot d\vec{S}\hat{n} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

Differenza di Potenziale $V(B) - V(A) = \Delta V = \frac{\Delta U}{q} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$

Differenza di potenziale di una carica puntiforme rispetto all'infinito: $V(B) - V(\infty) = \Delta V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

Capacità: $C = \frac{Q}{\Delta V}$ **Capacità di un condensatore piano:** $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

Energia immagazzinata in un condensatore: $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

SOLUZIONE

ESERCIZIO 1. Cinematica

Scegliendo un sistema di riferimento con origine nel punto di lancio, chiamando p la distanza dal bordo del dislivello, e indicando con t^* il tempo di volo otteniamo:

$$\begin{cases} h = v_0 \sin \alpha t^* - \frac{1}{2} g (t^*)^2 \\ d + p = v_0 \cos \alpha t^* \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p = \frac{tg\alpha + \sqrt{(tg\alpha)^2 - \frac{2gh}{(v_0 \cos \alpha)^2}}}{\frac{g}{(v_0 \cos \alpha)^2}} - d = 59 \text{ m} \\ t^* = \frac{d+p}{v_0 \cos \alpha} = 5.6 \text{ s} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. Dinamica

Per risolvere il problema è possibile applicare la seconda legge di Newton ai due punti. Pertanto, con ovvio significato dei simboli, si ottiene:

$$\begin{cases} F - F_{mM} = Ma \\ N = Mg \end{cases} \quad \begin{cases} F_{Mm} = ma \\ F_{att} = Mg \end{cases}$$

Dove $F_{mM} = F_{Mm}$. Imponendo quindi la condizione di moto incipiente (a cui corrisponde la F_{\min} cercata) si ottiene:

$$F_{\min} = \frac{(m+M)}{\mu_s} g = 98 \text{ N}$$

ESERCIZIO 3. Urti ed energia

Si tratta di un urto anelastico quindi $v_f = \frac{mv_0}{(M+m)}$. Dopo l'urto, dal bilancio energetico si ottiene:

$$-\frac{1}{2}(m+M)v_f^2 = -(m+M)\mu_d g d \rightarrow \mu_d = \frac{v_f^2}{2gd} = 0.15$$

ESERCIZIO 4. Fluidi

Utilizzando la condizione di equilibrio tra la forza peso e la forza di galleggiamento si ottiene:

$$\rho_S V_S g = \rho_A V_{LS} g \rightarrow \rho_S \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) = \rho_A \frac{4}{3} \pi R^3 \rightarrow r = R \left(1 - \frac{\rho_A}{\rho_S}\right)^{1/3} = 0.86 \text{ m}$$

ESERCIZIO 5. Termodinamica

Lo stato iniziale (A) e finale (C) hanno la stessa temperatura, la variazione di energia interna è quindi nulla e per il primo principio della termodinamica $Q_{AC} = L_{AC}$. Per trovare il lavoro è necessario conoscere V_C , che può essere trovato attraverso la legge dei gas perfetti:

$$P_C V_C = P_A V_A \rightarrow L_{TOT} = L_{BC} = P_B (V_C - V_B) = V_A (P_A - P_B) = 273 \text{ J}$$

ESERCIZIO 6. Campo elettrico

Il campo elettrico tra i due piani è pari a $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{u}_x$. Chiamando C il punto di intersezione delle due linee tratteggiate, il lavoro risulta essere pari a $W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^C \vec{F} \cdot d\vec{s} + \int_C^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_C^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$ (l'integrale da A e B è nullo in quanto \vec{F} e $d\vec{s}$ risultano ortogonali). Pertanto, si ha:

$$W = \int_C^B q \vec{E} \cdot d\vec{s} = q \frac{\sigma}{\epsilon_0} (b - a) = -2.3 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

ESERCIZIO 7. Conduttori

Il potenziale richiesto è pari a $V^f = \frac{Q^f}{4\pi\epsilon_0 R^f}$, dove Q^f e R^f sono, rispettivamente, la carica e il raggio della goccia sferica che si viene a formare dalla unione delle due gocce. Per trovare questi valori, è necessario considerare che la carica e il volume della goccia finale sono la somma delle cariche e dei volumi delle singole gocce. Chiamando R^i il raggio delle gocce sferiche iniziali si ottiene:

$$\begin{cases} Q^f = 2Q \\ \frac{8}{3} \pi (R^i)^3 = \frac{4}{3} \pi (R^f)^3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q^f = 2Q \\ R^f = R^i (2)^{1/3} \end{cases} \rightarrow V^f = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 R^i (2)^{1/3}} = \frac{2}{(2)^{1/3}} V = 635 \text{ V}$$