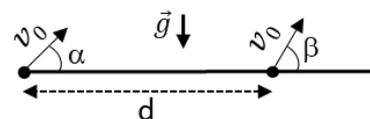


**Esercizio 1. Cinematica**

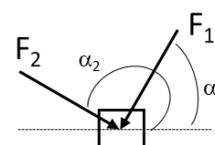
Due punti materiali posti a terra a una distanza  $d$  vengono lanciati nello stesso istante, con la stessa velocità  $v_0$  ma con angoli di inclinazione  $\alpha$  e  $\beta$  diversi, come mostrato in figura. Determinare il modulo della velocità  $v_0$  sapendo che i punti materiali toccano terra nello stesso punto (ma non nello stesso istante).



DATI:  $d=15$  m,  $\alpha=45^\circ$ ,  $\beta=60^\circ$

**Esercizio 2. Dinamica**

Due forze di modulo  $F_1 = F_2 = F$  spingono un blocco di massa  $m$  (punto materiale) poggiato a terra. Le loro direzioni formano gli angoli  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  rispetto alla direzione orizzontale, come mostrato in figura. Sapendo che il coefficiente di attrito statico è pari a  $\mu_s$ , determinare il modulo, la direzione e il verso della forza di attrito agente sul blocco.



DATI:  $F = 2$  N,  $m = 1$  kg,  $\alpha_1 = 60^\circ$ ,  $\alpha_2 = 150^\circ$ ,  $\mu_s=0.7$

**Esercizio 3. Urti ed energia**

Un corpo di massa  $m_1$  è appeso ad un filo sottile e di massa trascurabile quando viene colpito dal basso da un proiettile di massa  $m_2$  che si muove nella direzione del filo con una velocità  $v_0$ . Sapendo che il proiettile rimane conficcato nel corpo, determinare la quota massima raggiunta dal sistema corpo-proiettile.

DATI:  $m_1=5.0$  kg,  $m_2=0.035$  kg,  $v_0=120$  m/s

**Esercizio 4. Fluidi**

In un tubo orizzontale di sezione  $S_1$  scorre dell'acqua (di densità  $\rho_A$ ) ad una velocità  $v_1$  con una pressione  $P_1$ . Ad un certo punto la sezione del tubo aumenta fino al valore  $S_2$ . Calcolare la pressione nella parte larga del tubo.

DATI:  $S_1=20$  cm<sup>2</sup>,  $v_1=8$  m/s,  $P_1=150000$  Pa,  $S_2=32$  cm<sup>2</sup>,  $\rho_A = 1000$  kg/m<sup>3</sup>

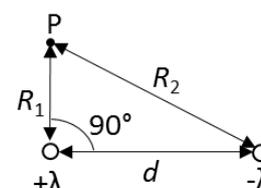
**Esercizio 5. Calorimetria**

Uno cubo di ghiaccio di lato  $L$  e densità  $\rho$  si trova all'interno di un recipiente. Sapendo che la temperatura del ghiaccio è pare a  $T$ , calcolare il calore necessario per sciogliere tutto il ghiaccio.

DATI:  $L=0.43$  cm,  $T=-2.0$  °C,  $\rho=917$  kg/m<sup>3</sup>

**Esercizio 6. Campo elettrico**

Due fili indefiniti paralleli sono carichi con densità uniforme  $\lambda$  uguale in modulo ma di segno opposto. Sapendo che la distanza tra i fili è  $d$ , calcolare il modulo del campo elettrico in un punto P, distante  $R_1$  dal filo carico positivamente e  $R_2$  dal filo carico negativamente, come disegnato in figura.



DATI:  $\lambda=10^{-8}$  C/m,  $d=5.0$  cm,  $R_1=3.0$  cm,  $R_2=5.83$  cm\*

(\*nel testo originale veniva riportato  $R_2=6.0$  cm - errori collegati a questo non saranno considerati durante la correzione dello scritto)

**Esercizio 7. Conduttori**

Un conduttore sferico di raggio  $R_1$  con carica pari a  $Q$  è circondato da un conduttore sferico cavo di raggio interno  $R_2$  e raggio esterno  $R_3$ , anch'esso avente carica  $Q$ . Ad una distanza  $L$  (che possiamo considerare molto più grande rispetto al raggio dei conduttori) dal centro del sistema di conduttori è posta una carica puntiforme  $q$ . Calcolare il lavoro compiuto dalle forze elettrostatiche per portare la carica  $q$  all'infinito.

DATI:  $R_1=1$  cm,  $R_2=2$  cm,  $R_3=3$  cm,  $L=3$  m,  $Q=3 \cdot 10^{-4}$  C,  $q=-2 \cdot 10^{-7}$  C.

**NOTE:**

- Riportare nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio da scansionare.
- **Compito completo:** Svolgere tutti gli esercizi. Il tempo massimo per la consegna del compito completo è di 3 ore.
- **Secondo esonero:** Svolgere esclusivamente gli ultimi 3 esercizi, ovvero esercizi 5, 6, e 7. Il tempo massimo per la consegna del compito relativo al secondo esonero è di 1 ora e 15 minuti.

**Formulario (in caso di dubbi chiedere al docente)**

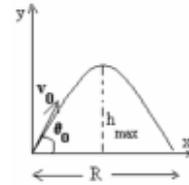
**Moto rettilineo uniformemente accelerato**

$$a = cost \quad ; \quad v = v_0 + a(t - t_0) \quad x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2$$

**Moto parabolico** (assumendo l'origine come in figura, si avrà  $x_0 = 0, y_0 = 0$ )

Traiettoria:  $y = y_0 + tg\theta_0 (x - x_0) - \left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}\right) (x - x_0)^2$

gittata  $R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta_0)}{g}$  Altezza massima  $h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$



**Moto circolare uniforme**  $v = \omega r$  ;  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  ;  $a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

**Forza elastica**  $\vec{F} = -k(l - l_0)\hat{u}_x$  **Forza peso**  $\vec{F} = m\vec{g}$

**Modulo forza attrito statico**  $F \leq \mu_s N$  **Modulo Forza attrito dinamico**  $F = \mu_d N$

**Lavoro di una forza e teorema dell'energia cinetica:**  $W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s} = E_k^f - E_k^i$

**Energia potenziale forza elastica:**  $E_p^e = \frac{1}{2} k(l - l_0)^2 + cost$

**Energia potenziale forza peso:**  $E_p^p = mgy + cost$

**Conservazione energia meccanica:**  $E_k^f + E_p^f = E_k^i + E_p^i$

**Bilancio energetico in presenza di forze non conservative:**  $W_{nc} = E_m^f - E_m^i$

**Quantità di moto:**  $\vec{p} = m\vec{v}$  **Conservazione quantità di moto:**  $\vec{p}_{tot} = \sum_i^N \vec{p}_i = cost \rightarrow \vec{p}_1^i + \vec{p}_2^i = \vec{p}_1^f + \vec{p}_2^f$

**Centro di massa:**  $\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i^N m_i \vec{r}_i}{\sum_i^N m_i}$  ; **Velocità del centro di massa:**  $\vec{v}_{cm} = \frac{\sum_i^N m_i \vec{v}_i}{\sum_i^N m_i}$

**Momento di una forza:**  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$  **Momento angolare:**  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

**Condizioni di equilibrio statico di un corpo rigido di una forza:**  $\vec{M}_{tot}^{ext} = \sum_i^N \vec{M}_i^{ext} = 0$  ;  $\vec{F}_{tot}^{ext} = \sum_i^N \vec{F}_i^{ext} = 0$

**Equazioni cardinali (polo fisso):**  $\vec{R}_{tot}^{ext} = \frac{d\vec{p}_{tot}}{dt}$   $\vec{M}_{tot}^{ext} = \frac{d\vec{L}_{tot}}{dt}$

**Momento d'inertia per un sistema di punti materiali:**  $I = \sum_i^N m_i r_i^2$

**Momento angolare di un corpo che ruota attorno ad un asse fisso di "simmetria":**  $\vec{L} = I\vec{\omega}$

**Conservazione del momento angolare:**  $\vec{L}_{tot} = \sum_i^N \vec{L}_i = cost$

**Legge della portata:**  $A_1 v_1 = A_2 v_2$  **Legge di Stevino:**  $P_2 = P_1 + \rho gh$

**Equazione di Bernoulli:**  $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2 = cost$

**Spinta di Archimede:**  $F_A = \rho_{fl.} sp. V_{immerso} g$  (1atm = 1.01 · 10<sup>5</sup> Pa = 760 mmHg)

**Calore specifico:**  $c = \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$  **Calore specifico del ghiaccio:**  $c = 2090 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$

**Equivalenti meccanico della caloria** = 4.186 J = 1 cal **Cambiamento di fase**  $Q = m\lambda$

**Calore latente di fusione del ghiaccio:**  $\lambda = 33.5 \cdot 10^4 \frac{J}{kg}$  **Primo principio della Termodinamica**  $\Delta U = Q - L$

**Lavoro in una trasformazione termodinamica:**  $L = \int_{V_i}^{V_f} p dV$

**Equazione di stato dei gas perfetti:**  $PV = nRT$   $R = 8.314 \frac{J}{mol \cdot K}$

**Legge di Coulomb:**  $\vec{F}_e = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$   $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$   $\epsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

**carica elettrone** 1.602 · 10<sup>-19</sup> C **massa elettrone** 9.1095 · 10<sup>-31</sup> Kg ; **massa protone** 1.673 · 10<sup>-27</sup> Kg

**Forza elettrostatica subita da una carica q immersa in un campo elettrico E:**  $\vec{F}_e = q\vec{E}$

**Flusso elettrico:**  $\varphi(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot dS\hat{n}$  **Teorema di Gauss:**  $\varphi(\vec{E}) = \int_{SCHIUSA} \vec{E} \cdot dS\hat{n} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

**Differenza di Potenziale**  $V(B) - V(A) = \Delta V = \frac{\Delta U}{q} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$

**Differenza di potenziale di una carica puntiforme rispetto all'infinito:**  $V(B) - V(\infty) = \Delta V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

**Capacità:**  $C = \frac{Q}{\Delta V}$  **Capacità di un condensatore piano:**  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

**Energia immagazzinata in un condensatore:**  $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

## SOLUZIONE

### ESERCIZIO 1. Cinematica

Scegliendo un sistema di riferimento con origine nel punto a sinistra, ricordando la formula per la gittata, e sapendo che i punti materiali toccano terra nello stesso punto, possiamo scrivere:

$$\frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g} = \frac{v_0^2 \sin(2\beta)}{g} + d \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gd}{\sin(2\alpha) - \sin(2\beta)}} = 33 \text{ m/s}$$

### ESERCIZIO 2. Dinamica

Per risolvere il problema è necessario confrontare il modulo della forza applicata parallelamente al suolo ( $F_x$ ) e la forza di attrito statico massima ( $F_{max}$ ). Con una opportuna scelta del sistema di riferimento (con asse x orientato da sinistra a destra) risulta:

$$F_x = F(\cos(180 - \alpha_2) - \cos \alpha_1) = 0.73 \text{ N}$$

$$F_{max} = \mu_s N = \mu_s (mg + F(\sin(180 - \alpha_2) + \sin \alpha_1)) = 13 \text{ N}$$

Essendo  $F_{max} > F_x$  il corpo non si muove, e il modulo della forza di attrito agente sul blocco è pari a  $F_x$ .

Notando inoltre che  $F_x > F_0$ , la forza di attrito risulta essere pari a  $\vec{F}_{att} = -F_x \hat{u}_x$

### ESERCIZIO 3. Urti ed energia

Si tratta di un urto anelastico quindi:  $v_f = \frac{v_0}{(m_1 + m_2)}$ . Dopo l'urto si conserva l'energia:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 = (m_1 + m_2)gh \rightarrow h = \frac{v_f^2}{2g} = 3.6 \text{ cm}$$

### ESERCIZIO 4. Fluidi

L'esercizio può essere risolto utilizzando la legge della portata insieme alla legge di Bernoulli (si noti che il tubo è orizzontale):

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \frac{1}{2} \rho_A v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2} \rho_A v_2^2 + P_2 \quad \rightarrow \quad P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho_A \left(1 - \frac{S_1^2}{S_2^2}\right) = 169500 \text{ Pa}$$

### ESERCIZIO 5. Calorimetria

Per sciogliere il ghiaccio è necessario fornire calore per portarlo prima alla temperatura di fusione e poi per fonderlo completamente. può essere risolto utilizzando la legge della portata insieme alla legge di Bernoulli (si noti che il tubo è orizzontale):

$$Q_{TOT} = mc\Delta T + m\lambda = \rho L^3 (c\Delta T + \lambda) = 25 \text{ J}$$

### ESERCIZIO 6. Campo elettrico

Attraverso il teorema di Gauss è possibile calcolare il campo elettrico generato da un filo indefinito (come visto a lezione). Scelto un opportuno sistema di riferimento, i campi elettrici generati dai due fili nel punto P valgono:

$$\vec{E}_{\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R_1} \hat{u}_y \quad \vec{E}_{-\lambda} = \frac{\lambda \cos \beta}{2\pi\epsilon_0 R_2} \hat{u}_x - \frac{\lambda \sin \beta}{2\pi\epsilon_0 R_2} \hat{u}_y$$

dove  $\sin \beta = \frac{R_1}{R_2}$ . Il modulo del campo elettrico totale è quindi pari a

$$E_{tot} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \sqrt{\left(\frac{\cos \beta}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{1}{R_1} - \frac{\sin \beta}{R_2}\right)^2} = 5.2 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

### ESERCIZIO 6. Campo elettrico

Utilizzando il teorema di Gauss, è possibile notare che il campo elettrico "visto" dalla carica  $q$  è come quello di una carica puntiforme  $2Q$  al centro dei conduttori (essendo  $L$  molto più grande dei raggi  $R_i$  è possibile trascurare l'effetto di induzione elettrostatica legata alla carica  $q$  e immaginare le distribuzioni di carica sui due conduttori come sferiche e uniformi). Dalla forza elettrostatica che agisce sulla carica  $q$  è quindi possibile calcolare il lavoro richiesto:

$$\vec{F} = \frac{2qQ}{4\pi\epsilon_0 r} \hat{r} \quad W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s} = \frac{2qQ}{4\pi\epsilon_0 L} = -0.36 \text{ J}$$

(Si poteva giungere allo stesso risultato attraverso il potenziale generato da una carica puntiforme  $2Q$ ).