Esercizio 1

Consideriamo due blocchi di massa m_A e m_B su un piano inclinato privo di attrito che forma un angolo θ con il piano orizzontale, come mostrato in figura. I due corpi sono inizialmente fermi e sono collegati tramite una corda inestensibile e di massa trascurabile. Sul corpo A viene esercitata una forza F costante lungo il piano inclinato.

Calcolare:

- l'accelerazione dei due corpi (**3 punti**)
- la tensione della corda (**2 punti**)
- il lavoro compiuto dalla forza dopo un tempo t (**3 punti**)

Dati: da risolvere in modo simbolico

a) l'accelerazione dei due corpi è la stessa. Scrivendo la II legge di Newton per i due corpi lungo un asse parallelo al piano inclinato dove è consentito il moto:

$$F - m_A g \sin \theta - T = m_A a$$

$$T - m_B g \sin \theta = m_B a$$

sommando le due equazioni si ricava:

$$a = [F - (m_A + m_B) g \sin \theta] / (m_A + m_B)$$

b) dalla seconda equazione e sostituendo per a:

$$T = m_B g \sin \theta + [m_B / (m_B + m_A)] [F - (m_A + m_B) g \sin \theta]$$

c) $L = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$ dove $\mathbf{s}$ è il vettore spostamento e $\cdot$ indica il prodotto scalare.

Essendo il moto uniformemente accelerato lungo il piano

$$s = 1/2 a t^2$$

$$L = F/2 a t^2$$

Esercizio 2

Un oggetto di massa M è appoggiato su di un blocco fatto di un materiale di densità ρ . In queste condizioni il blocco è completamente sommerso dall'acqua (densità ρ_A) con la superficie superiore immediatamente sotto il pelo dell'acqua. Calcolare:

a) Il volume V del blocco (**3 punti**)

b) la massa M' di un altro oggetto poggiato sul blocco (al posto dell'oggetto precedente) tale che il blocco sia immerso nell'acqua solo per metà del suo volume (**4 punti**)

Dati: $\rho = 250 \text{ kg/m}^3$, $\rho_A = 1000 \text{ kg/m}^3$, $M = 50 \text{ kg}$

a) Il blocco è completamente immerso, la massa M non è immersa. L'equilibrio si scrive:

$$-Mg - \rho Vg + \rho_A Vg = 0$$

$$V = M / (\rho_A - \rho) = 0.07 \text{ m}^3$$

b) L'equilibrio si scrive tenendo conto che il blocco è immerso solo per metà del suo volume:

$$-M'g - \rho Vg + \rho_A V/2g = 0$$

$$M' = (\rho_A/2 - \rho)V = 17.5 \text{ Kg}$$

Esercizio 3

Un gas ideale biatomico compie il ciclo mostrato in figura (non in scala). Calcolare:

- Il numero di moli del gas (**2 punti**)
- il lavoro delle trasformazioni CA (L_{CA}) e AB (L_{AB}) (**2 punti**)
- la variazione di energia interna nella trasformazione CA (ΔU_{CA}) (**3 punti**)
- il calore scambiato nella trasformazione CA, Q_{CA} (**1 punto**)

Dati: $T_A = 240$ K, $V_A = 5$ l, $p_A = 1$ atm, $p_B = 5 p_A$, $V_C = 4V_A$, $R = 0.0821$ l*atm (8.314 J/mol K), $c_v = (5/2)R$, $1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^5$ Pa

a) dalla legge dei gas ideali

$$n = p_A V_A / RT_A = 1 \cdot 5 / 0.0821 \cdot 240 = 0.25 \text{ moli}$$

b) la trasformazione CA è isobara per cui, tenendo conto che $V_C = 4V_A = 20$ l

$$L_{CA} = p_A (V_A - V_C) = 1 \cdot (5 - 20) = -15 \text{ l*atm} = -15 \cdot 10^{-3} \cdot 1.013 \cdot 10^5 = -15.20 \cdot 10^2 = -1520 \text{ J}$$

la trasformazione AB è isocora per cui $L_{AB} = 0$

c) per un gas ideale $\Delta U = n c_v \Delta T$ quindi

$$\Delta U_{CA} = n c_v (T_A - T_C)$$

$$\text{dove } T_C = p_C V_C / nR = p_A V_C / nR = 1 \cdot 20 / 0.25 \cdot 0.0821 = 974 \text{ K}$$

per cui

$$\Delta U_{CA} = 0.25 \cdot (5/2) \cdot 8.314 \cdot (240 - 974) = -3814 \text{ J}$$

d) dal primo principio della termodinamica $\Delta U = Q - L$

$$Q_{CA} = \Delta U_{CA} + L_{CA} = -3814 - 1520 = -5334 \text{ J}$$

Esercizio 4

Due cariche elettriche di valore q_1 e q_2 sono disposte (ferme) in maniera simmetrica rispetto all'asse verticale e distanti d , come in figura. Calcolare:

- il campo elettrico (modulo direzione e verso) nel punto P di coordinate (3,0) m posta in P (**3 punti**)
- Il lavoro fatto dalla forza elettrostatica se q_3 si sposta da P all'origine O (**3 punti**)
- la posizione in cui dovrebbe essere messa q_3 per rimanere in equilibrio se al posto di q_2 fosse messa una carica identica a q_1 (**1 punto**)

Dati: $q_1 = 40$ nC, $q_2 = 150$ nC, $d = 10$ m, $q_3 = -50$ nC

a) I campi elettrici sono diretti lungo l'asse x. Il campo generato da q_1 è uscente essendo q_1 positiva, dunque è diretto nel verso dell'asse x positivo. Il campo generato da q_2 è anch'esso uscente dalla carica, quindi diretto nel verso delle x negativo.

Chiamando $\hat{i}$ il versore dell'asse x:

$$\mathbf{E}_1(P) = k_0 \cdot |q_1| / d_1^2 \hat{i}$$

$$E_2(P) = -k_0 * |q_2| / d_2^2 \hat{i}$$

e per il principio di sovrapposizione

$$E(P) = k_0 * (|q_1| / d_1^2 + |q_2| / d_2^2) \hat{i}$$

dove d_1 e d_2 sono le distanze di P da q_1 e q_2 rispettivamente: $d_1 = 8$ m, $d_2 = 2$ m

$$E(P) = 8.99 * 10^9 * (40 * 10^{-9} / 8^2 - 150 * 10^{-9} / 2^2) = -331 \hat{i} \text{ N/C}$$

b) la forza e' $F = qE$ per cui

$$F = q_3 * E(P) = -50 * 10^{-9} * -331 = 1.7 * 10^{-5} \text{ N}$$

diretta come asse x ma nel verso positivo

c) Il lavoro svolto dal campo elettrico si puo' ottenere come $L = -q * \Delta V$

Applicando il principio di sovrapposizione anche per i potenziali tenendo conto che l'origine e' distante $d/2$ sia da q_1 che da q_2

$$V(P) = k_0 * (q_1 / d_1 + q_2 / d_2) = 8.99 * 10^9 * (40 * 10^{-9} / 8 + 150 * 10^{-9} / 2) = 719 \text{ V}$$

$$V(0) = k_0 * (q_1 / d * 0.5 + q_2 / d * 0.5) = 8.99 * 10^9 * (40 * 10^{-9} / 5 + 150 * 10^{-9} / 5) = 342 \text{ V}$$

$$L = -q_3 * (V(0) - V(P)) = +50 * 10^{-9} * (342 - 719) = -1.9 * 10^{-5} \text{ J}$$

d) L'equilibrio di q_3 si ha quando si annulla la forza elettrostatica $F=0$

Se al posto di q_2 si mette una carica uguale a q_1 il punto di equilibrio deve essere equidistante da entrambe le cariche quindi nell'origine