

Come sempre, si ricorda di fare **prima** esercizi dai testi consigliati.

1 Integrali multipli

1.1 L'insieme

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, y \leq 16 - x^2, y \geq 1 - \frac{x}{2} \right\}$$

è misurabile secondo Peano-Jordan? Scrivere una formula per il calcolo di

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

qualunque sia $f(x, y)$ continua in D .

1.2 Sia T il tetraedro di vertici $(0, 0, 0)$, $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 2, 2)$. Scrivere una formula per il calcolo di

$$\iiint_T f(x, y, z) dx dy dz$$

qualunque sia $f(x, y, z)$ continua in T .

1.3 Disegnare l'insieme

$$D = \left\{ (x, y) : 0 \leq y \leq \pi, \text{sen } y \leq x \leq e^y \right\},$$

scrivere una formula per il calcolo di

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

qualunque sia $f(x, y)$ continua in D , e invertire l'ordine di integrazione delle variabili.

1.4 Disegnare l'insieme

$$D = \left\{ (x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \leq -1 + \frac{|y|}{2} \right\},$$

e scrivere una formula per il calcolo di

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

qualunque sia $f(x, y)$ continua in D .

1.5 Disegnare il cono circolare retto D avente per vertice l'origine dello spazio cartesiano, e per base il cerchio

$$C = \left\{ (x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4, z = 3 \right\},$$

e scrivere una formula per il calcolo di

$$\iiint_D f(x, y, z) dx dy dz$$

qualunque sia $f(x, y, z)$ continua in D .

1.6 Disegnare il solido ottenuto facendo ruotare intorno all'asse z la regione

$$C = \left\{ (x, z) : 0 \leq z \leq 3 + 2x - x^2 \right\}$$

del piano xz , e trovarne il volume.

1.7 Trovare una formula per il volume del solido A definito da

$$A = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq f(z), |z| \leq 2\},$$

dove $f(z)$ è una generica funzione reale, continua e positiva.

1.8 Disegnare il solido A definito da

$$A = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4, -(x^2 + y^2) \leq z \leq 1 + x^2 + y^2\},$$

e trovare una formula per l'integrale triplo

$$\iiint_A f(x, y, z) dx dy dz,$$

dove $f(x, y, z)$ è una generica funzione continua.

1.9 Disegnare l'insieme $C = A \cup B$, dove

$$A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}, \quad B = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2x\},$$

e calcolarne l'area.

1.10 Disegnare l'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \geq 1, x + y \leq 2\},$$

e scrivere una formula per il calcolo dell'integrale

$$\iint_E f(x, y) dx dy,$$

valida per ogni funzione continua $f(x, y)$.

1.11 Disegnare l'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \geq 1, x + 2y \leq 4\},$$

e scrivere una formula per calcolare

$$\iint_E f(x, y) dx dy,$$

valida per ogni funzione continua $f(x, y)$.

2 Risposte ad alcuni esercizi: