

## Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

### Corso di Fondamenti e Applicazioni di Geometria Descrittiva

Riccardo Migliari<sup>1</sup>,  
Leonardo Baglioni<sup>2</sup>, Jessica Romor<sup>3</sup>, Marta Salvatore<sup>4</sup>

1 Professore ordinario di Fondamenti e applicazioni della geometria descrittiva – titolare del corso  
2, Ricercatore, 3 e 4 Dottori di ricerca in Rilievo e rappresentazione dell'architettura e dell'ambiente

Lezione 16 – 27 Novembre 2014

#### Argomenti

**Le superfici (4).** Le superfici rigate: il paraboloido iperbolico. Costruzione del paraboloido iperbolico date due rette sghembe. Le due classi di direttrici / generatrici. I piani direttori. La direzione dell'asse  $z$ . L'iperbole sezione normale: costruzione del centro, degli assi, dei fuochi e degli asintoti della suddetta iperbole. Le parabole principali e le parabole coniugate. Le sezioni piane del paraboloido iperbolico.

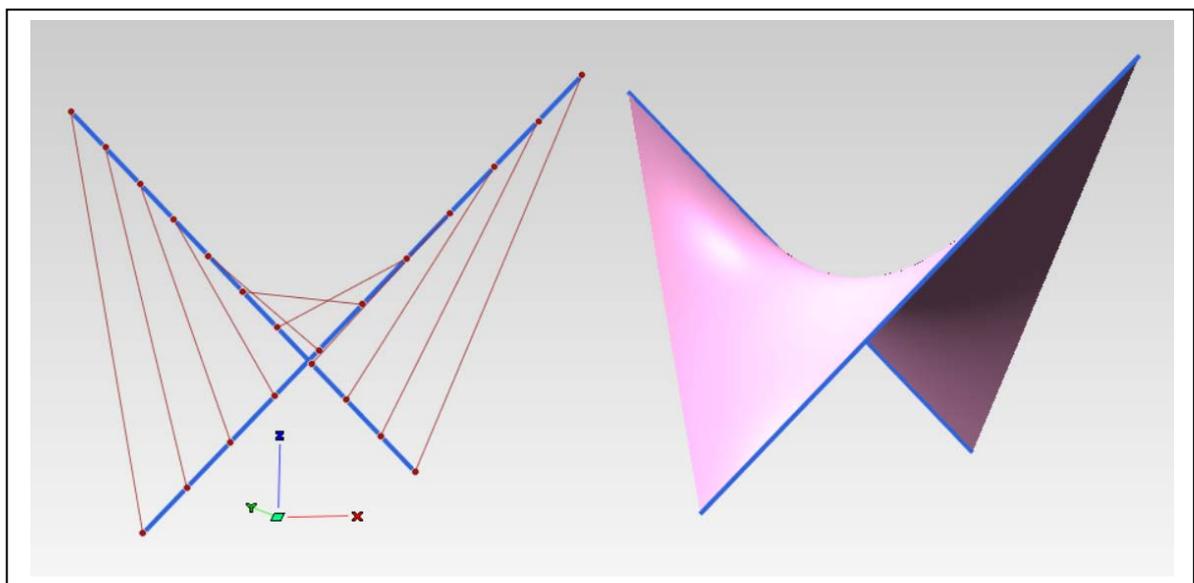
Esercizi di rendering e una semplice animazione.

**Esercitazione in aula:** costruzione del paraboloido iperbolico; ricerca degli assi e delle parabole direttrici.

#### Il paraboloido iperbolico

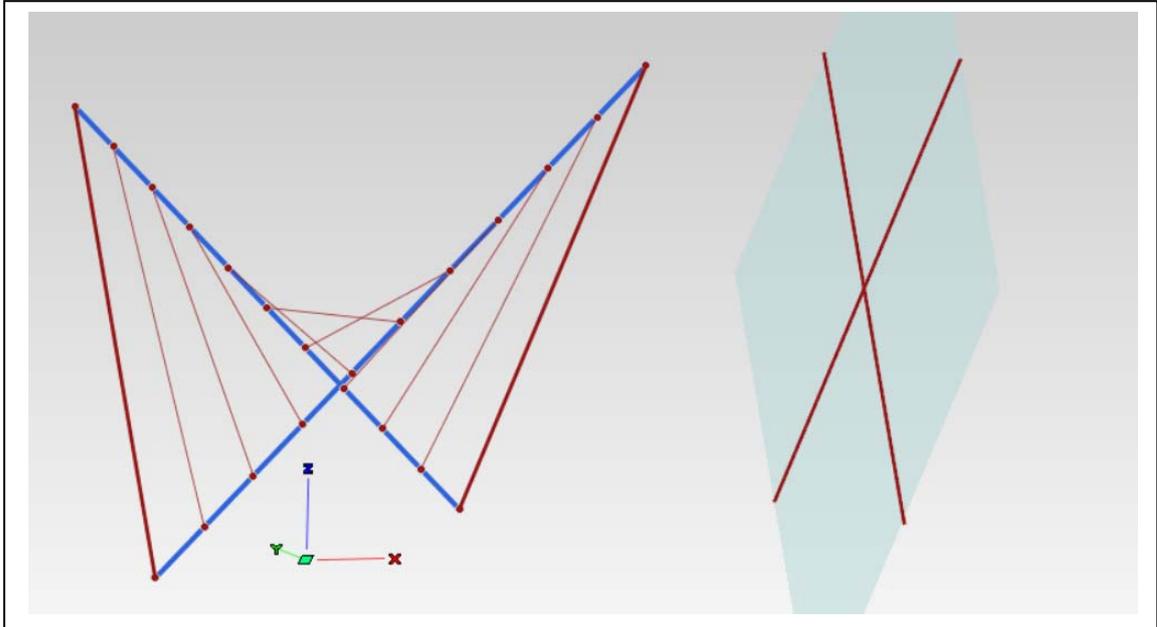
Concetti essenziali

1. Date, nello spazio, due rette sghembe e una retta ‘all’infinito’ e cioè una giacitura, esiste una classe di rette, tutte parallele alla giacitura assegnata, che descrivono una superficie rigata: questa superficie è il paraboloido iperbolico.
2. Per costruire il paraboloido iperbolico basta, dunque, assegnare due segmenti di retta sghembi, dividerli entrambi nel medesimo qualsiasi numero di parti eguali, e costruire le rette generatrici che passano per questi punti (curando che le generatrici colleghino tra loro punti che occupano, nei due segmenti, il medesimo posto nella serie creata dalla divisione).
3. Ad esempio, nella figura qui sotto a sinistra, si vedono le due direttrici (in azzurro) e undici generatrici (in rosso), ottenute dividendo i due segmenti azzurri in dieci parti eguali. I due segmenti, però, hanno lunghezze diverse e quindi anche le parti che appartengono all’uno e all’altro sono di lunghezza diversa. Nella medesima figura, a destra, si vede la superficie del paraboloido iperbolico.

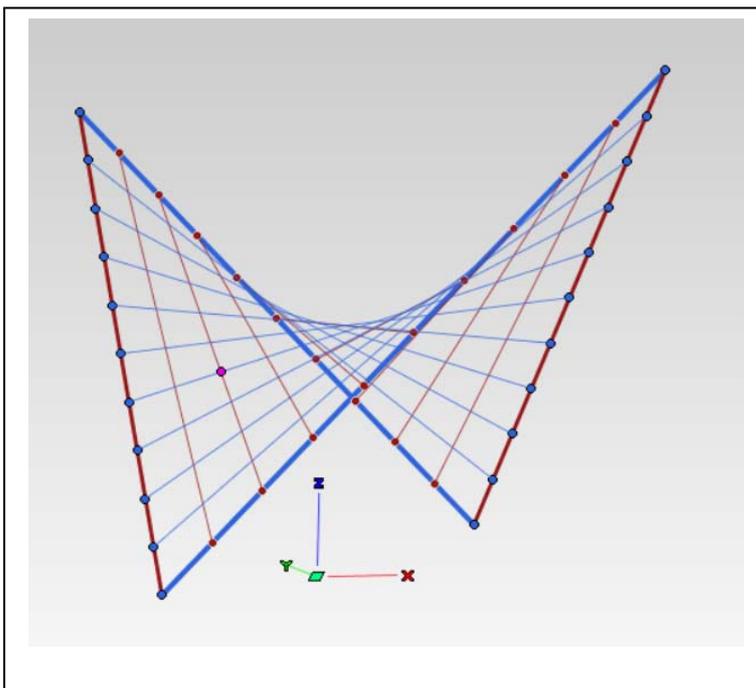


4. Le generatrici così costruite risultano tutte parallele a una giacitura. Questa giacitura è descritta da un qualsiasi piano che contenga due rette parallele a due delle generatrici come sopra costruite. Ad esempio, se copia la prima e l'ultima facendole passare per un medesimo punto dello spazio, queste due rette incidenti e rispettivamente parallele alla prima e all'ultima generatrice individuano il piano in questione che prende il nome di 'piano direttore'.

Nella figura qui sotto si vedono le generatrici del paraboloide (in rosso) e il piano direttore ottenuto copiando, a parte, la prima e l'ultima in modo da renderle incidenti nel loro punto medio.



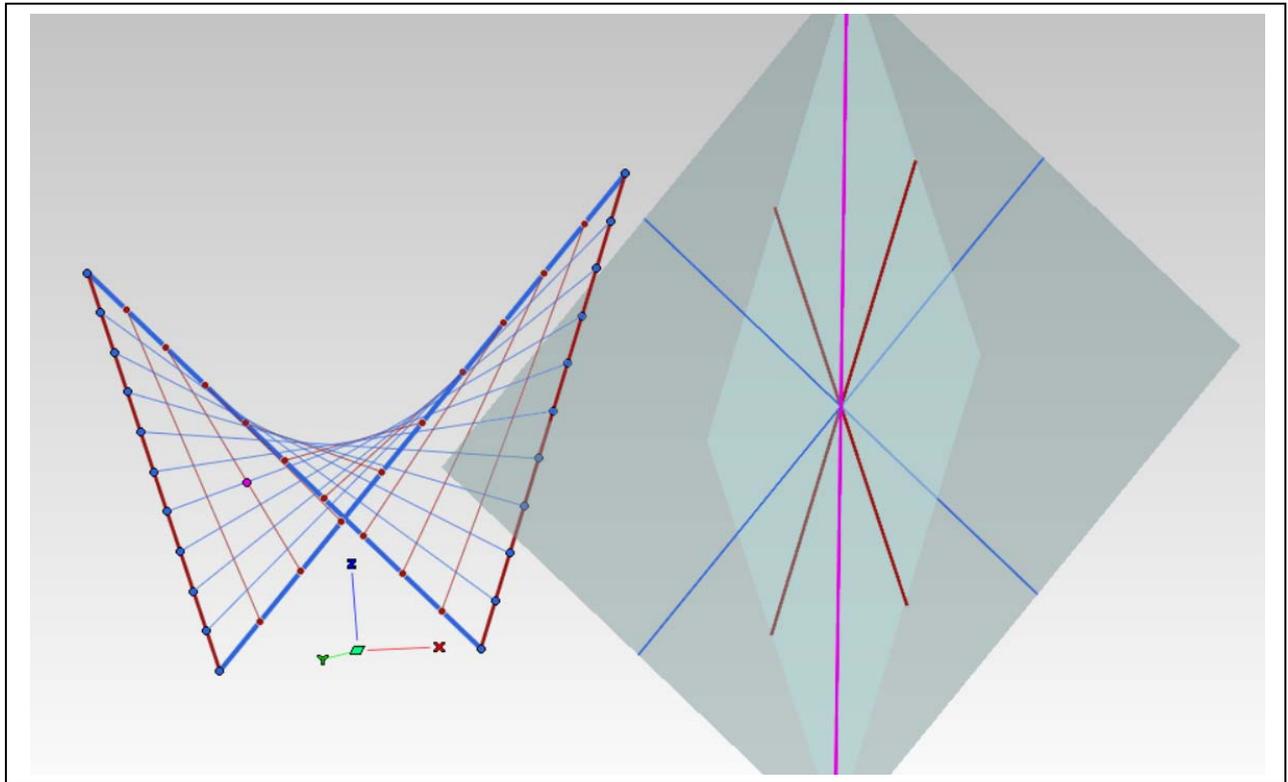
5. Consideriamo ora queste due generatrici (la prima e l'ultima, in rosso) e assumiamole come direttrici, costruendo, sempre allo stesso modo, una classe di generatrici azzurre. Ebbene è immediato constatare che anche queste rette appartengono alla superficie del paraboloide iperbolico e che incontrano tutte le rette rosse. Come dimostra il fatto che i nodi della rete sono punti intersezione.



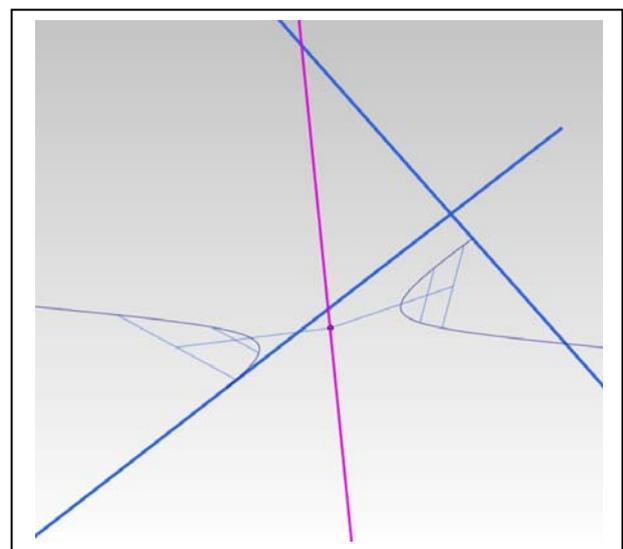
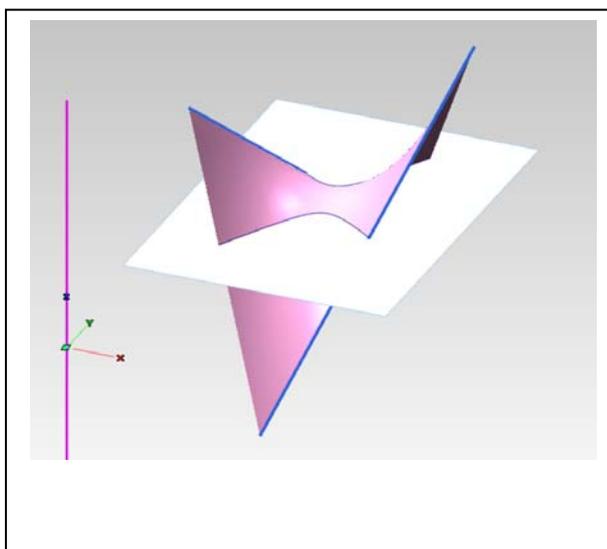
### *La ricerca degli assi del paraboloido iperbolico*

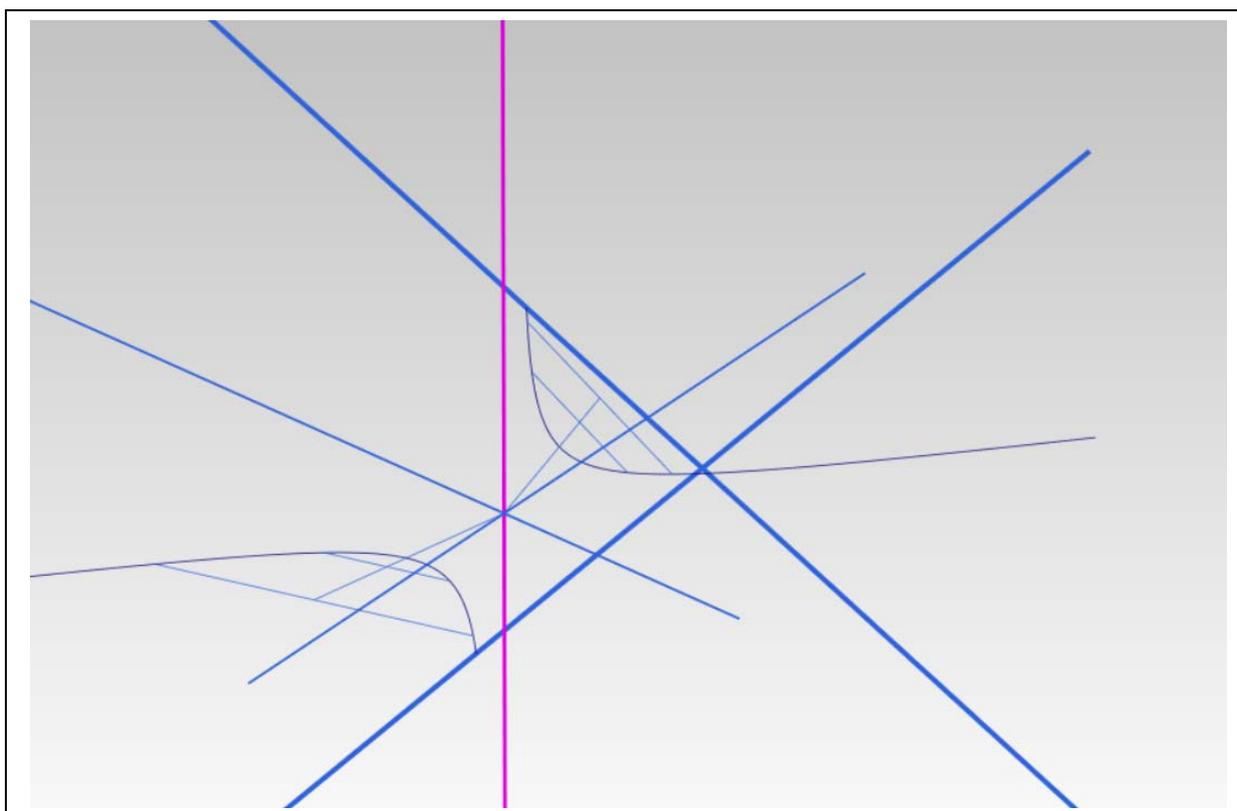
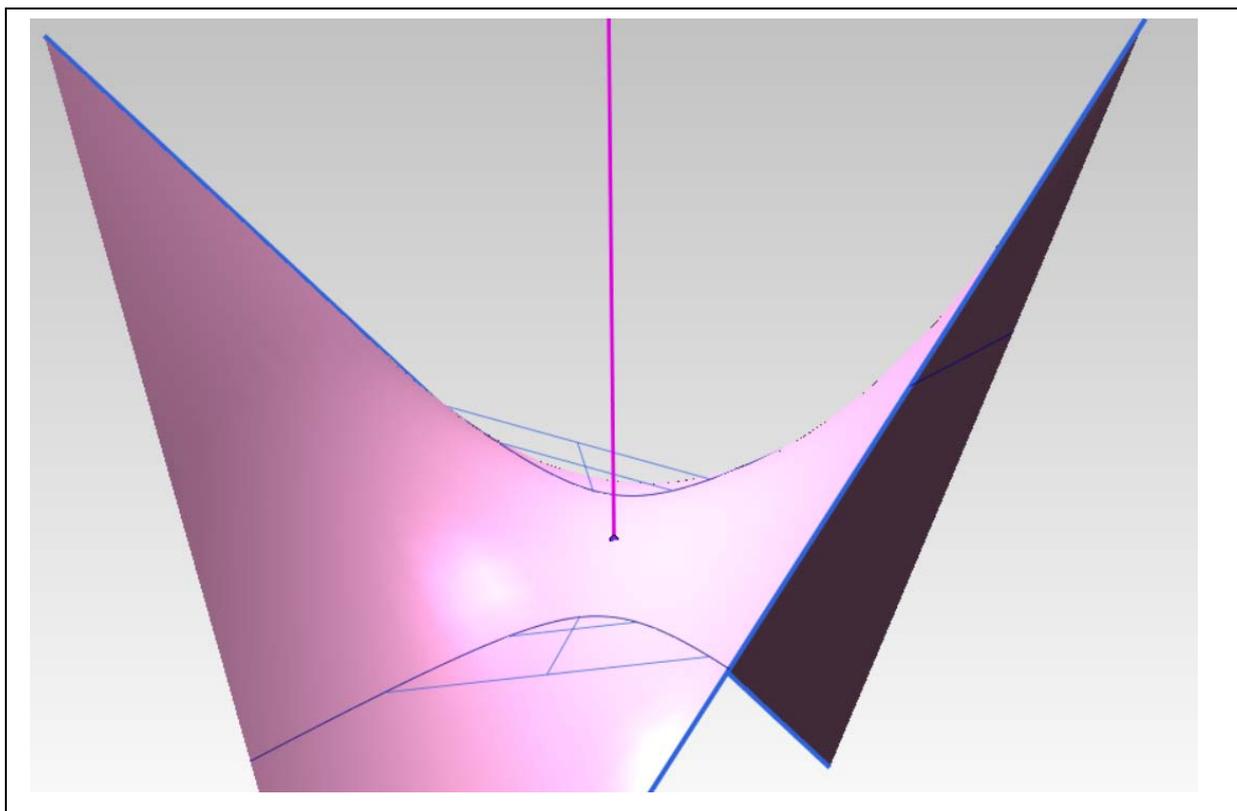
Concetti essenziali:

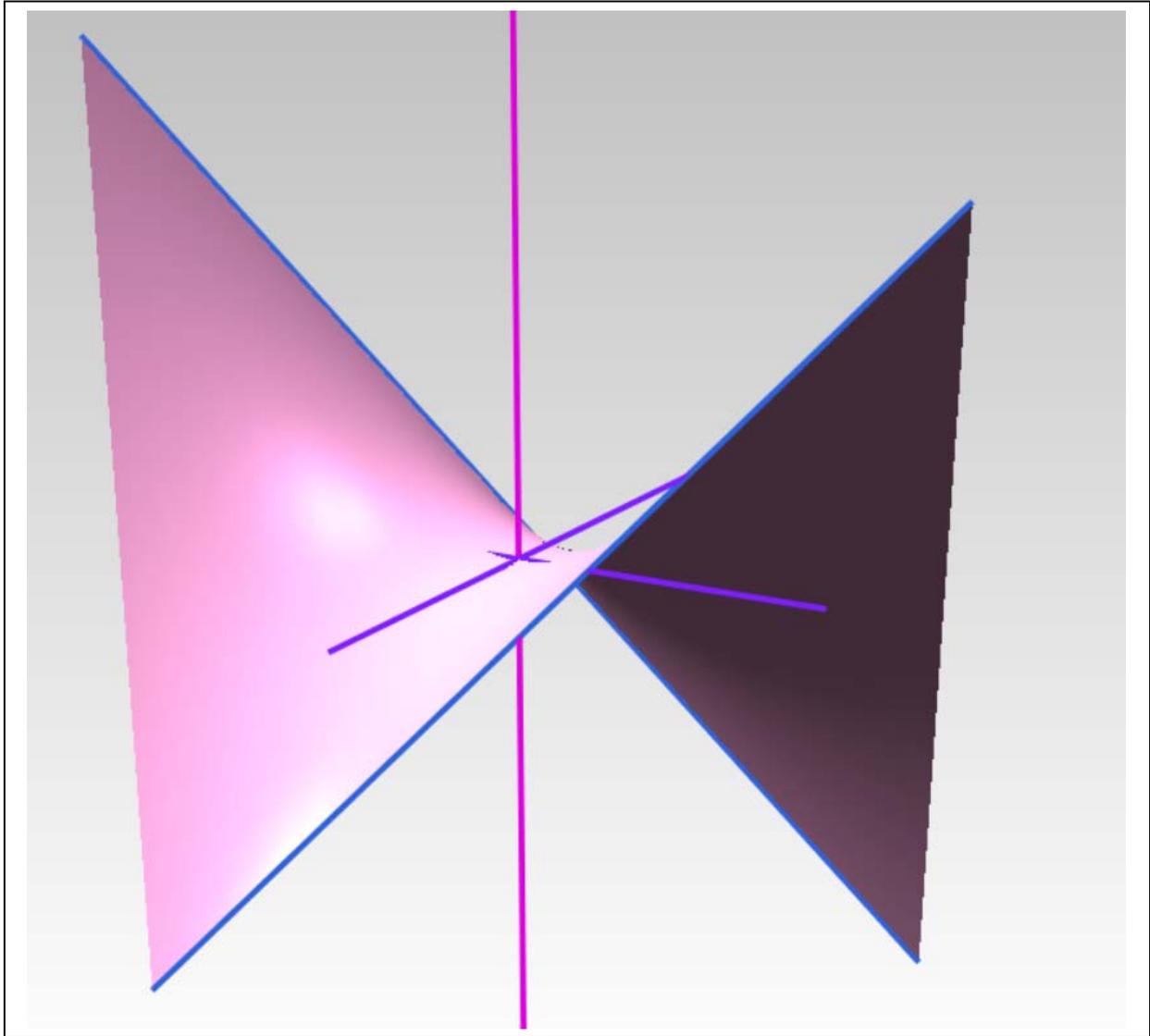
1. La presenza di una seconda classe di generatrici (le rette azzurre) ci dice che esiste, evidentemente, anche un secondo piano direttore. Se si costruiscono dunque, entrambi i piani direttori, in modo che siano incidenti, si ottiene una retta intersezione: questa retta ha la direzione dell'asse  $z$  della superficie (in fucsia, nella figura qui sotto).



2. Sezionando la superficie con un piano perpendicolare alla direzione dell'asse  $z$  si ottiene un'iperbole, il cui centro appartiene all'asse  $z$  vero e proprio.
3. Il punto in cui l'asse  $z$  incontra la superficie è il vertice del paraboloido iperbolico.
4. Gli assi trasverso e coniugato dell'iperbole sezione sono rispettivamente paralleli agli assi del paraboloido iperbolico, che passano per il vertice della superficie (vedi figure seguenti).



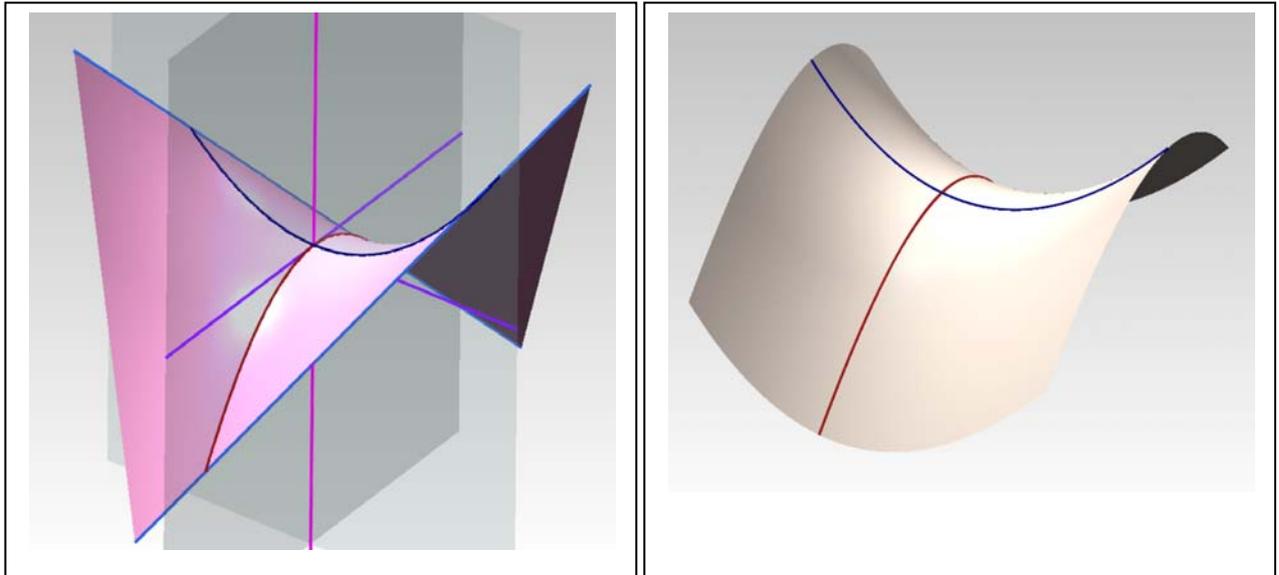




***Parabole principali del paraboloido iperbolico***

Concetti essenziali:

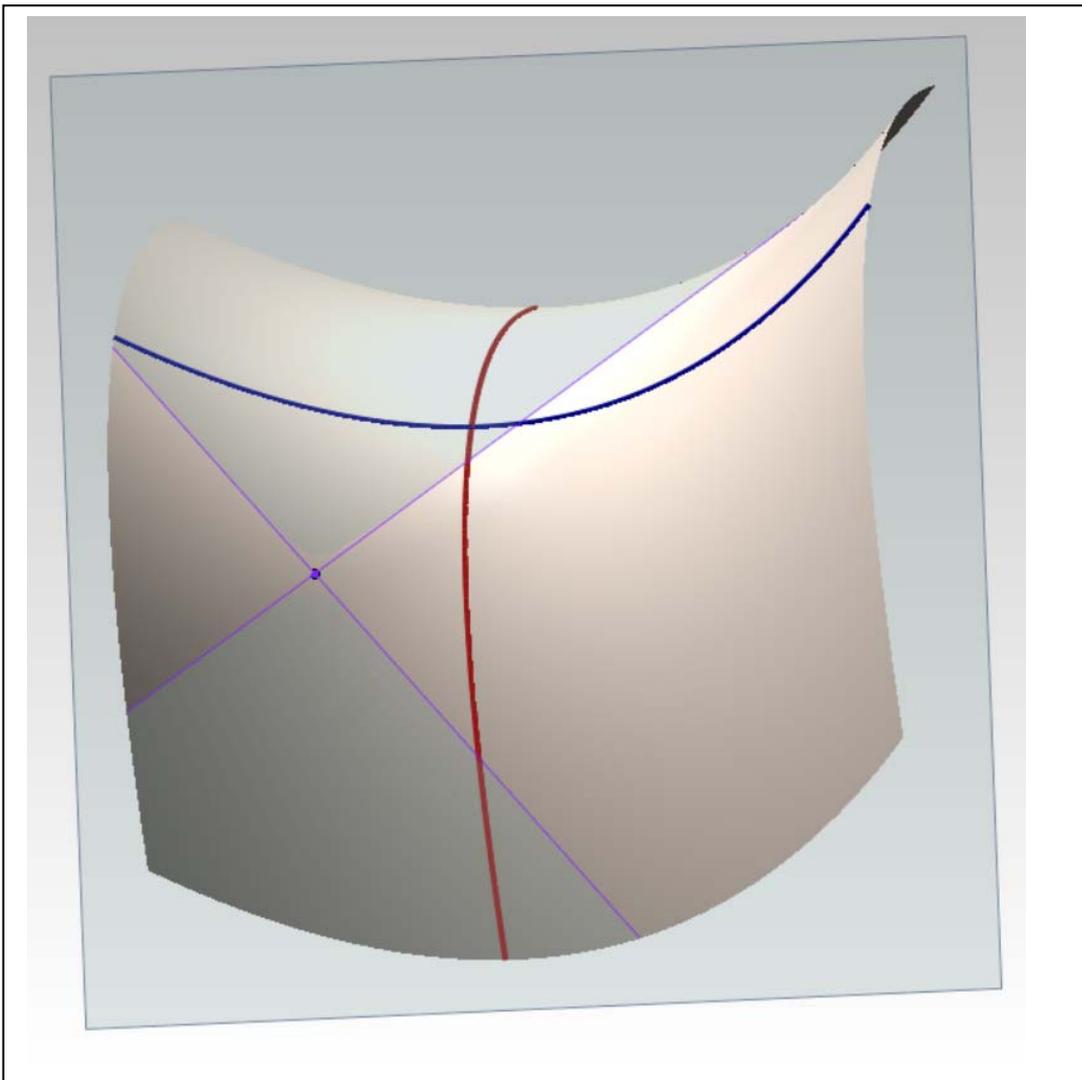
1. Sezionando il paraboloido iperbolico con i piani di simmetria ortogonale  $xz$  e  $yz$ , individuati dagli assi, si ottengono due parabole, dette parabole principali. La superficie può essere generata anche facendo scorrere queste due parabole l'una sull'altra senza alterarne la giacitura (vedi figure seguenti).



### *Sezioni piane del paraboloido iperbolico*

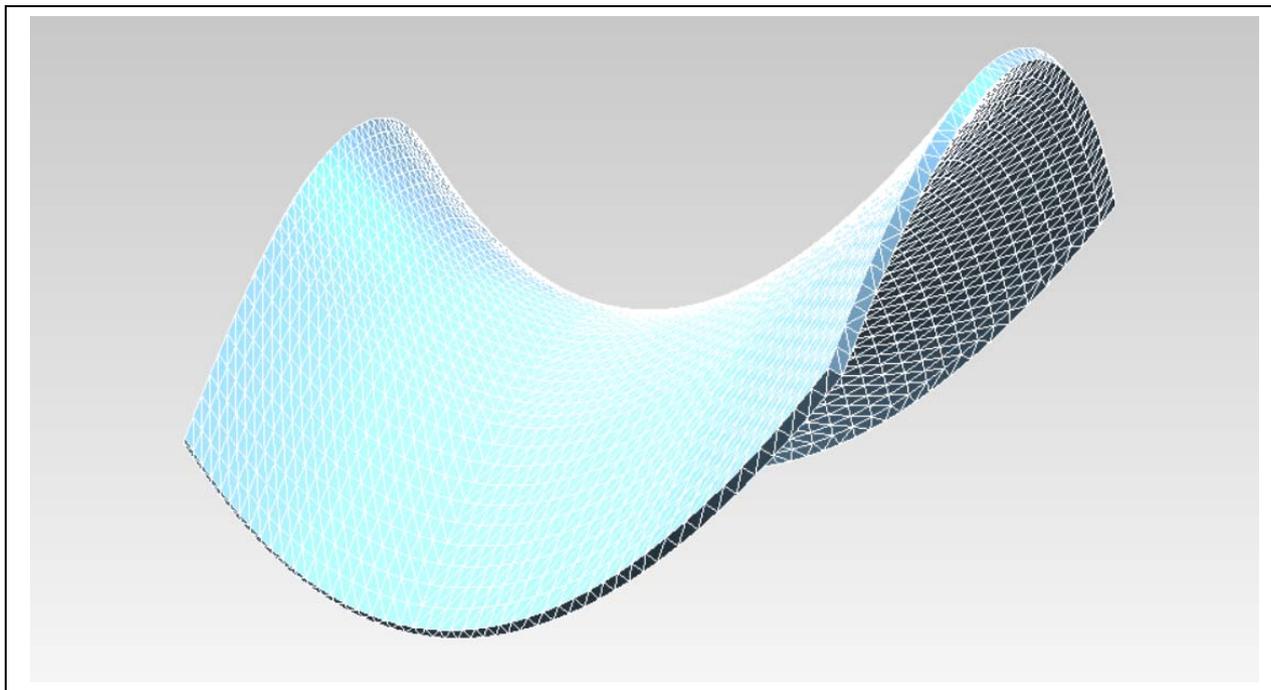
Concetti essenziali:

1. Le sezioni piane del paraboloido iperbolico sono tutte iperboli, tranne quelle fatte con piani paralleli all'asse  $z$ , che sono parabole (nel testo consigliato il medesimo asse è denominato  $x$ ).
2. Ogni piano tangente alla superficie la taglia secondo due rette generatrici (vedi figura qui sotto).



***Esercizi di rendering***

1. Si trasforma la superficie in solido, attribuendole un moderato spessore e se ne cura la tassellazione.



2. Si importa il modello nell'ambiente di rendering e si attribuiscono luci e materiali (vedi, sotto, un esempio).

