

# GLI ENTI GEOMETRICI NELLO SPAZIO EUCLIDEO

**PUNTI** *Ciò che non ha parte*

**LINEE** *Linea è ciò che ha lunghezza senza larghezza*  
*Estremi di una linea sono punti*

**RETTE** *Ciò che giace uniformemente rispetto ai suoi punti*

**CURVE**

**PIANE**

**SGHEMBE**

**SUPERFICI** *Superficie è ciò che ha lunghezza e larghezza*  
*Estremi di una superficie sono linee*

**PIANE** *Ciò che giace uniformemente rispetto alle sue rette*

**CURVE**

**SOLIDI** *Solido è ciò che ha lunghezza e larghezza e profondità*  
*Si definisce la superficie come limite di un corpo solido*

# GLI ENTI GEOMETRICI FONDAMENTALI

PUNTO

RETTA

PIANO

LINEA

SUPERFICIE

# RAPPORTI RECIPROCI TRA GLI ENTI FONDAMENTALI

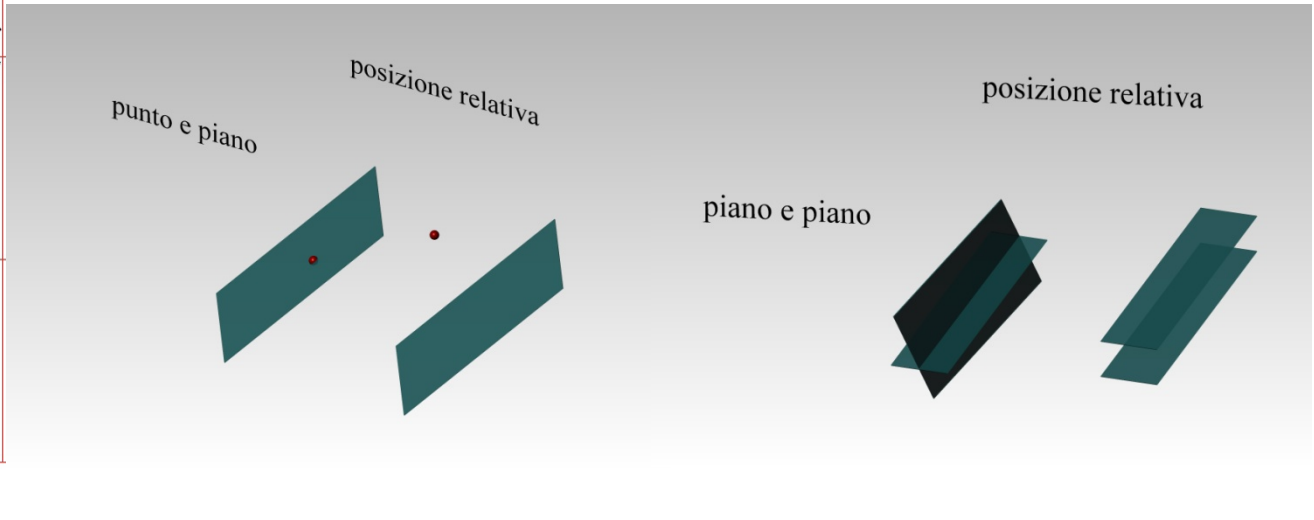
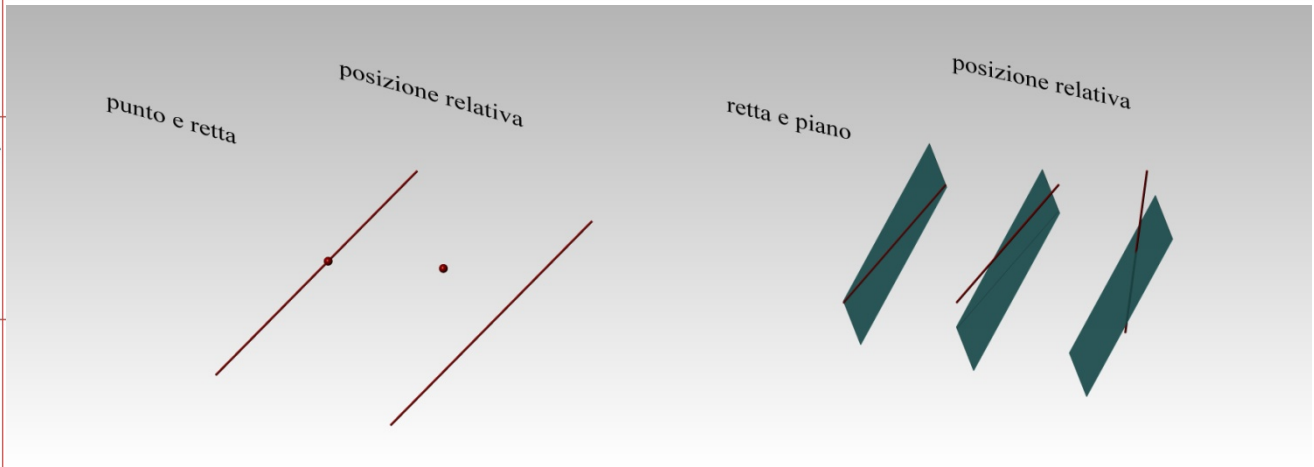
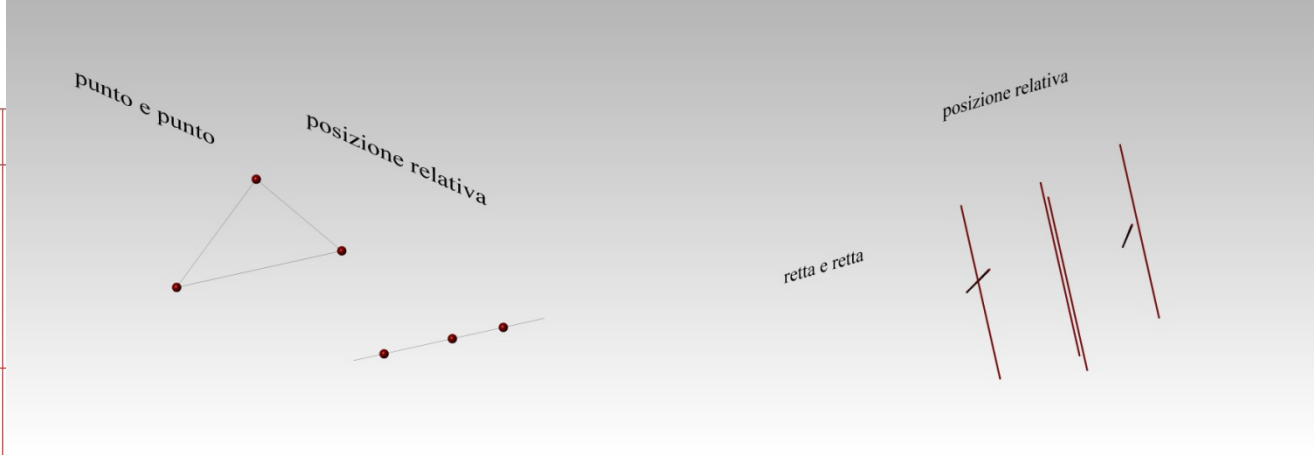
*POSIZIONE RELATIVA DEGLI ENTI*

*condizioni di*

APPARTENENZA  
PARALLELISMO  
ORTOGONALITÀ

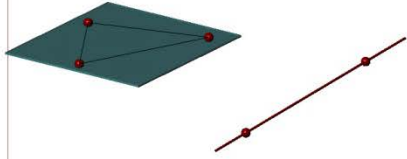
	posizione relativa		individuazione appartenenza		parallelismo	orogonalità
punto e punto						
punto e retta						
punto e piano						
retta e retta						
retta e piano						
piano e piano						

	posizione relativa	
punto e punto		
punto e retta		
punto e piano		
retta e retta		
retta e piano		
piano e piano		

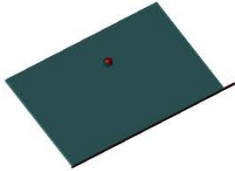


individuazione appartenenza

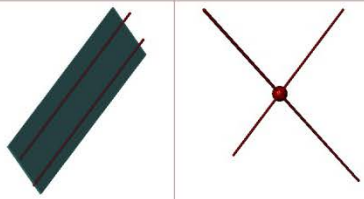
punto e punto



punto e retta

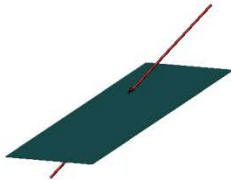


punto e piano

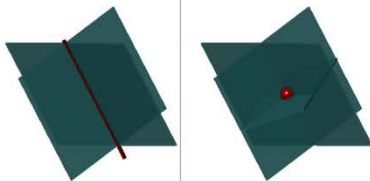


retta e retta

retta e piano



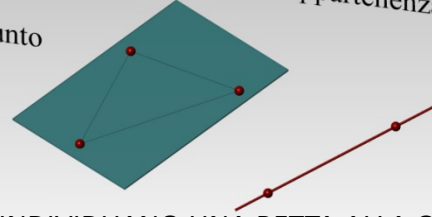
piano e piano



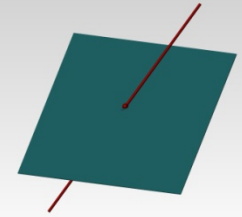
individuazione appartenenza

punto e punto

individuazione appartenenza



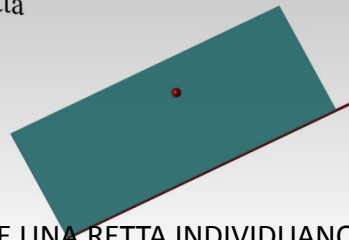
retta e piano



DUE PUNTI INDIVIDUANO UNA RETTA ALLA QUALE APPARTENGONO  
TRE PUNTI INDIVIDUANO UN PIANO AL QUALE APPARTENGONO  
UNA RETTA E UN PIANO INDIVIDUANO UN PUNTO CHE APPARTIENE ALLA RETTA E AL PIANO

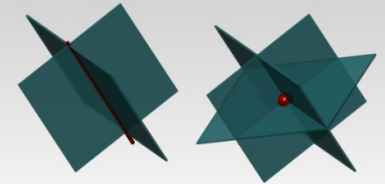
individuazione appartenenza

punto e retta



piano e piano

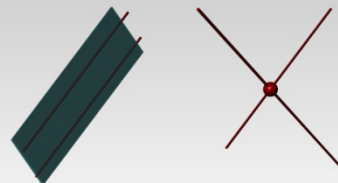
individuazione appartenenza



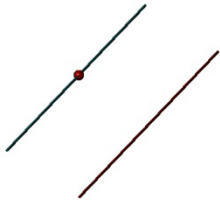
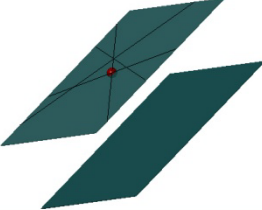
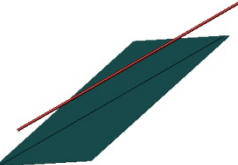
UN PUNTO E UNA RETTA INDIVIDUANO UN PIANO AL QUALE APPARTENGONO  
DUE PIANI NON PARALLELI INDIVIDUANO UNA RETTA CHE APPARTIENE AD ENTRAMBI I PIANI  
TRE PIANI INDIVIDUANO UN PUNTO CHE APPARTIENE AI TRE PIANI

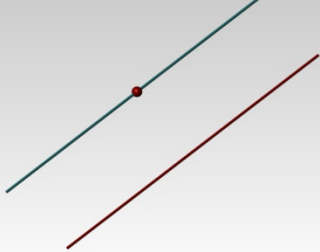
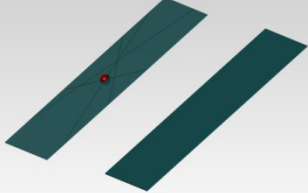
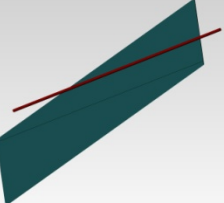
individuazione appartenenza

retta e retta



DUE RETTE PARALLELE INDIVIDUANO UN PIANO AL QUALE APPARTENGONO  
DUE RETTE INCIDENTI INDIVIDUANO UN PIANO AL QUALE APPARTENGONO

	parallelismo
punto e punto	
punto e retta	
punto e piano	
retta e retta	
retta e piano	
piano e piano	

	parallelismo
punto e retta	
punto e piano	
retta e piano	

PER UN PUNTO PASSA UNA E UNA SOLA RETTA PARALLELA AD UNA RETTA DATA

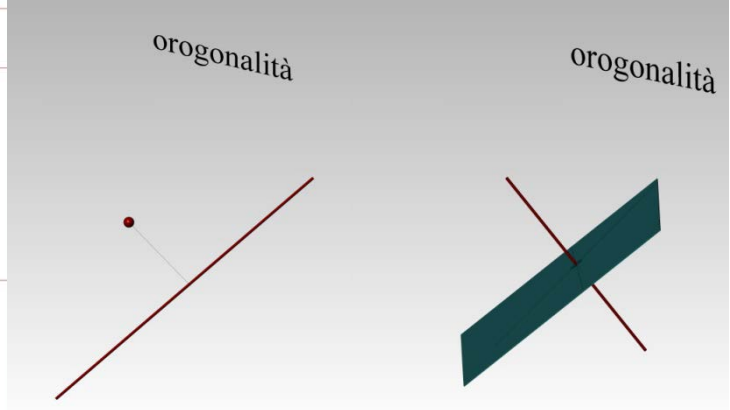
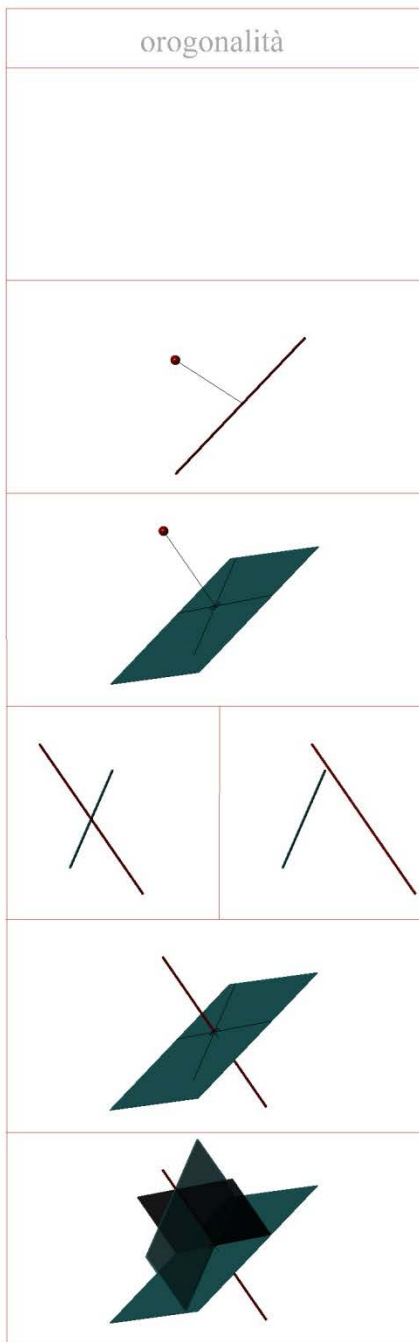
UNA RETTA È PARALLELA AD UN'ALTRA RETTA SE TUTTI I SUOI PUNTI SONO EQUIDISTANTI DALLA RETTA DATA

PER UN PUNTO PASSA UNO E UN SOLO PIANO PARALLELO AD UN PIANO DATO

UN PIANO È PARALLELO AD UN ALTRO PIANO SE È PARALLELO A DUE RETTE DEL PIANO DATO

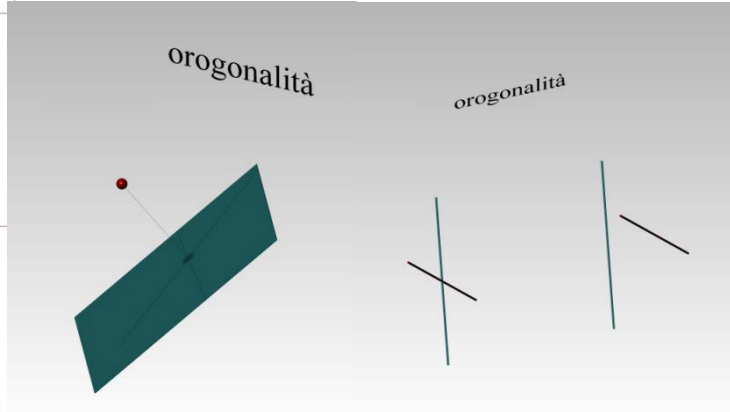
PER UN PUNTO PASSA UNO E UN SOLO PIANO PARALLELO AD UN PIANO DATO

UNA RETTA È PARALLELA AD UN PIANO SE È PARALLELA AD UNA RETTA DEL PIANO



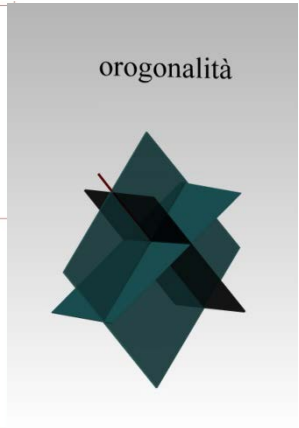
PER UN PUNTO SI PUÒ CONDURRE  
UNA SOLA RETTA ORTOGONALE  
AD UN'ALTRA RETTA

UNA RETTA È ORTOGONALE AD  
UN PIANO SE È ORTOGONALE A  
DUE RETTE DEL PIANO



PER UN PUNTO SI PUÒ CONDURRE  
UNA SOLA RETTA ORTOGONALE AD  
UN PIANO

DUE RETTE SONO TRA LORO  
ORTOGONALI SE INCONTRANDOSI  
FORMANO QUATTRO ANGOLI RETTI



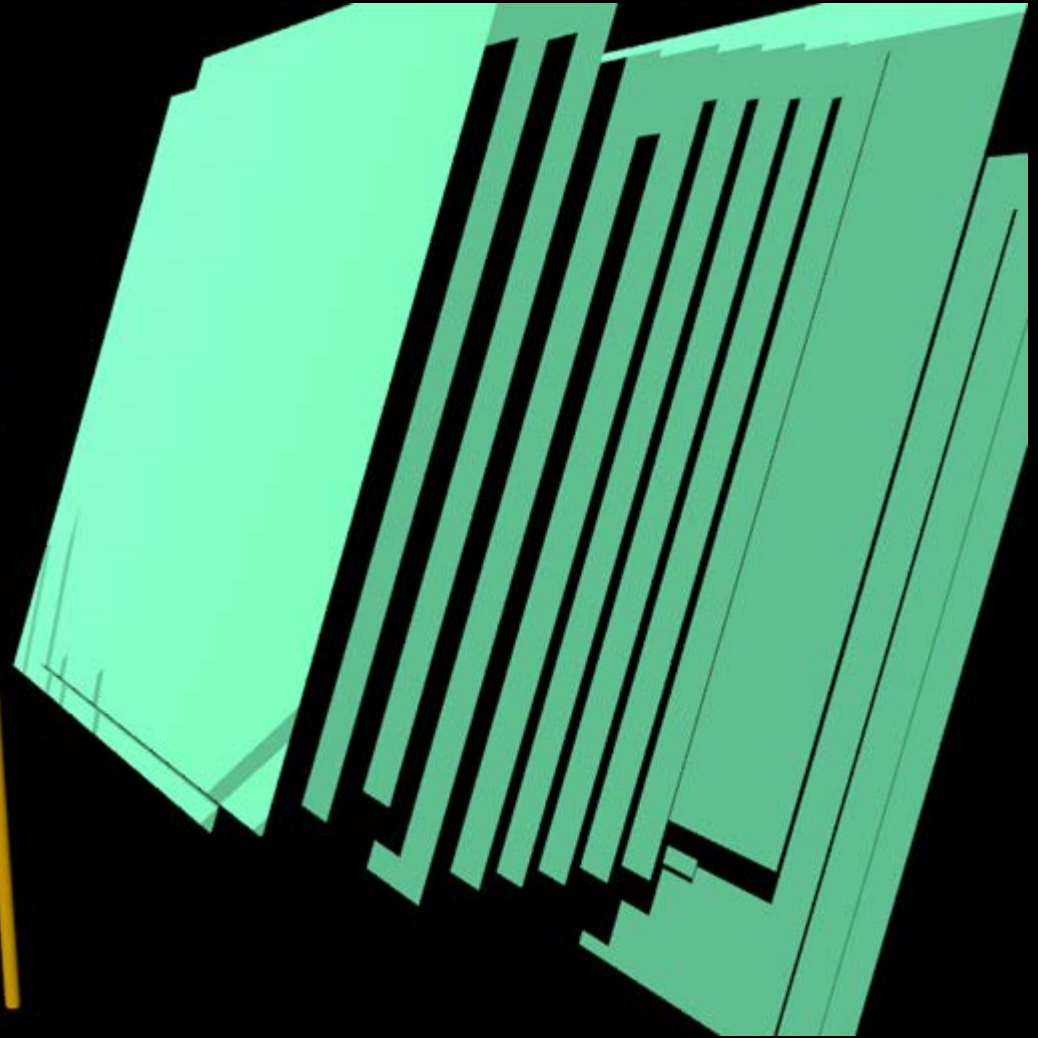
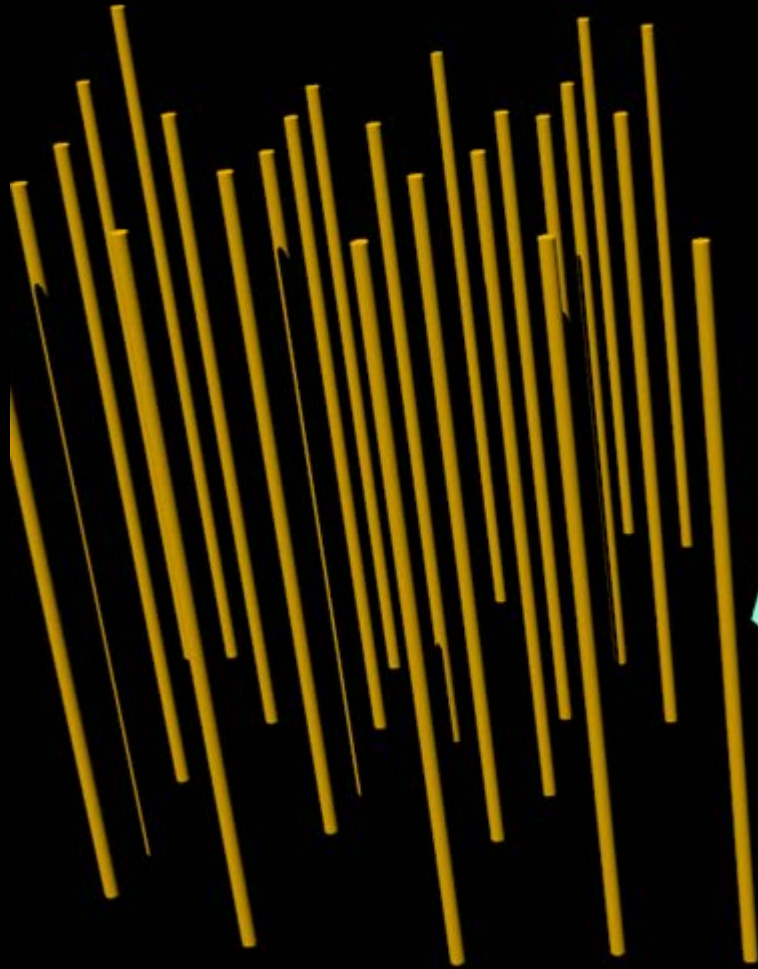
UNA RETTA È ORTOGONALE AD UN  
PIANO SE È ORTOGONALE A DUE  
RETTE DEL PIANO

DUE PIANI SONO TRA LORO  
ORTOGONALI SE AD UNO DEI DUE  
APPARTIENE UNA RETTA  
ORTOGONALE ALL'ALTRO



# L'AMPLIAMENTO DELLO SPAZIO EUCLIDEO

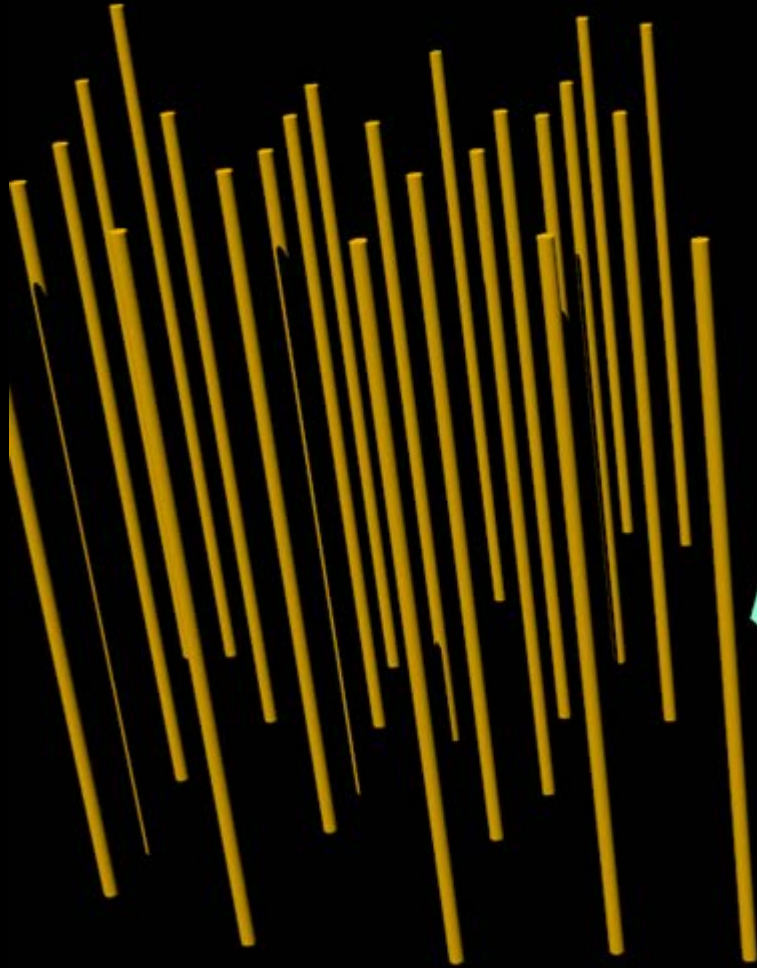
# I CONCETTI DI DIREZIONE E GIACITURA



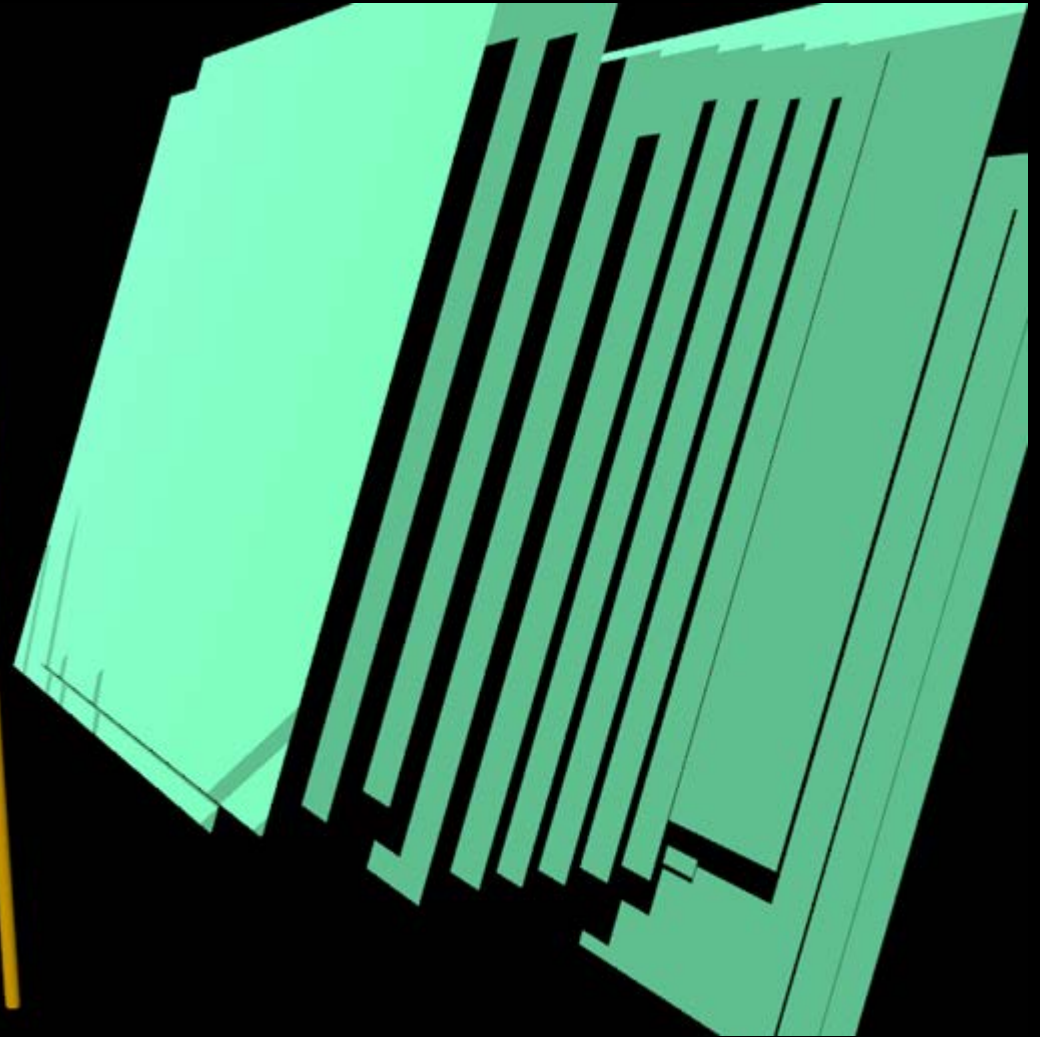
Cosa hanno in comune un fascio di rette parallele?

Cosa hanno in comune un fascio di piani paralleli?

# I CONCETTI DI DIREZIONE E GIACITURA



Un fascio di rette parallele hanno in comune la direzione



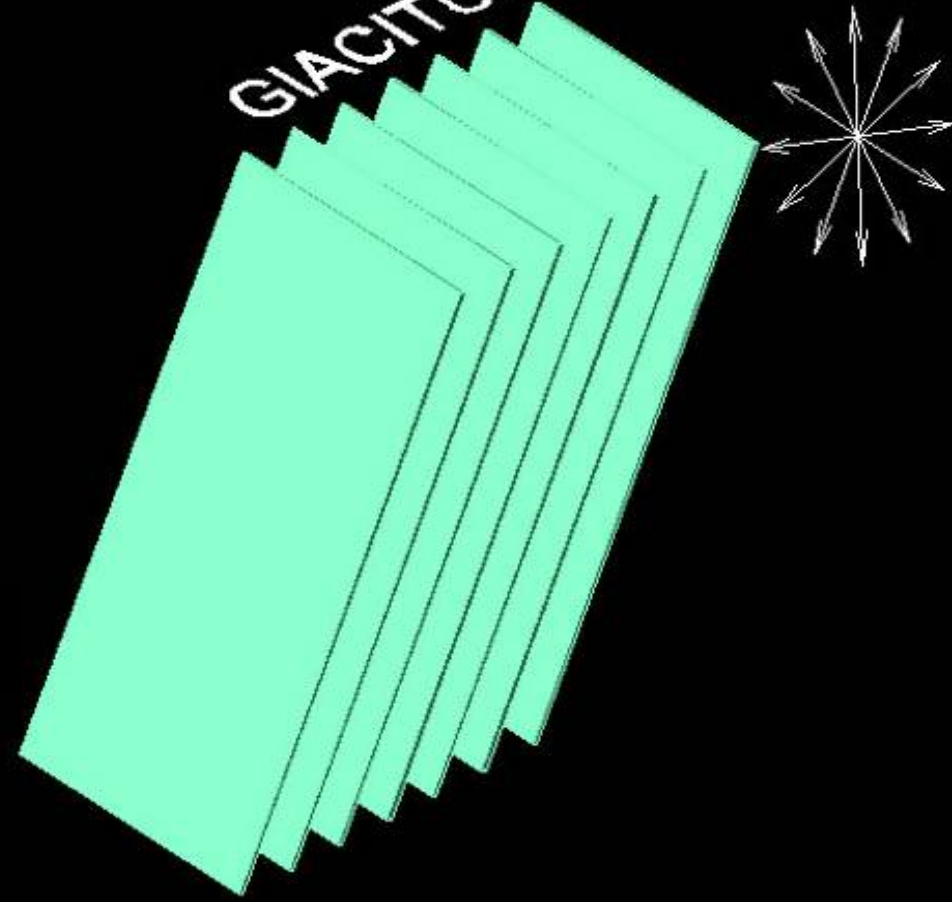
Un fascio di piani paralleli hanno in comune la giacitura

# I CONCETTI DI DIREZIONE E GIACITURA

DIREZIONE



GIACITURA



# GLI ENTI IMPROPRI

- *Direzione* o punto improprio
- *Giacitura* o retta impropria
- Spazio o piano improprio

# GLI ENTI GEOMETRICI NELLO SPAZIO EUCLIDEO AMPLIATO

PUNTI - *propri - impropri*

LINEE

RETTE - *proprie - improprie*

CURVE      PIANE

SGHEMBE

SUPERFICI

PIANI - *propri - impropri*

CURVE

SOLIDI

# L'AMPLIAMENTO DELLO SPAZIO EUCLIDEO

Due punti distinti individuano una retta alla quale appartengono	Un punto e una direzione (punto improprio) individuano una retta alla quale appartengono
Due piani distinti individuano una retta alla quale appartengono	
Tre punti, non allineati, individuano un piano al quale appartengono	Due punti e una direzione (punto improprio), non appartenenti alla stessa retta, individuano un piano al quale appartengono Un punto e due direzioni (punti impropri), non appartenenti alla stessa retta, individuano un piano al quale appartengono
Un piano e una retta distinti individuano un punto al quale appartengono	Un piano e una giacitura (retta impropria) individuano una direzione
Un punto e una retta distinti individuano un piano al quale appartengono	Un punto e una giacitura (retta impropria) distinti individuano un piano al quale appartengono Una direzione (punto improprio) e una retta distinti individuano un piano al quale appartengono
Due rette complanari individuano un punto solo se incidenti; altrimenti sono parallele	Due rette complanari individuano sempre un punto (proprio o improprio)

# POSTULATO DELLE PARALLELE

Se due rette, tagliate da una terza retta, formano angoli alterni interni minori di due angoli retti; le due rette si incontrano dalla parte in cui formano gli angoli minori di due angoli retti. (Euclide, libro I)

Due rette complanari individuano un punto solo se incidenti; altrimenti sono parallele

Due piani non paralleli individuano una retta

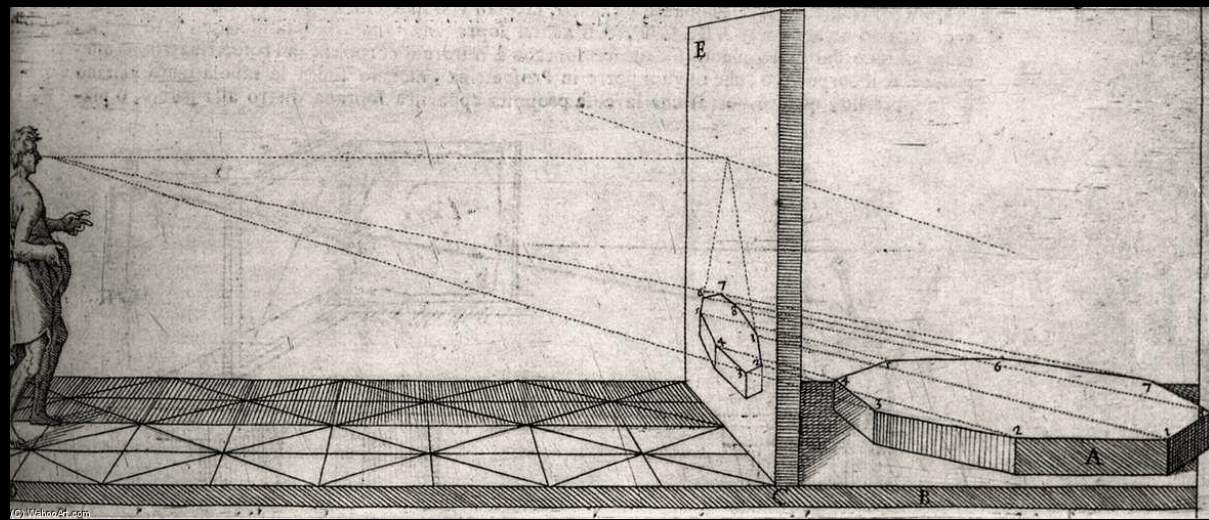
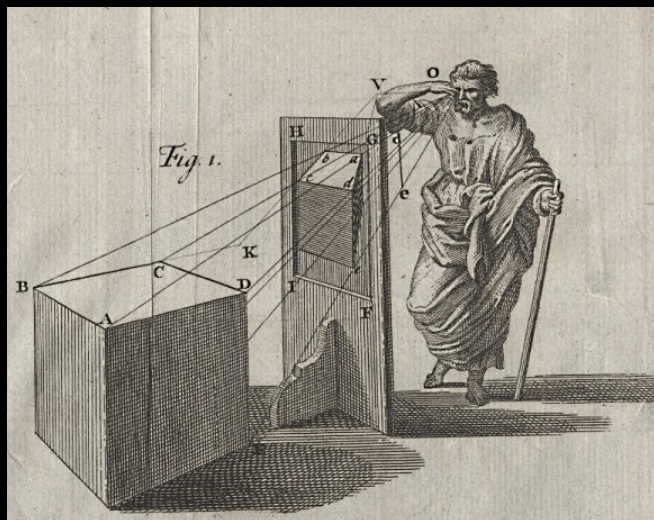
Due rette complanari individuano **sempre** un punto (proprio o improprio)

Due piani individuano **sempre** un punto (proprio o improprio)



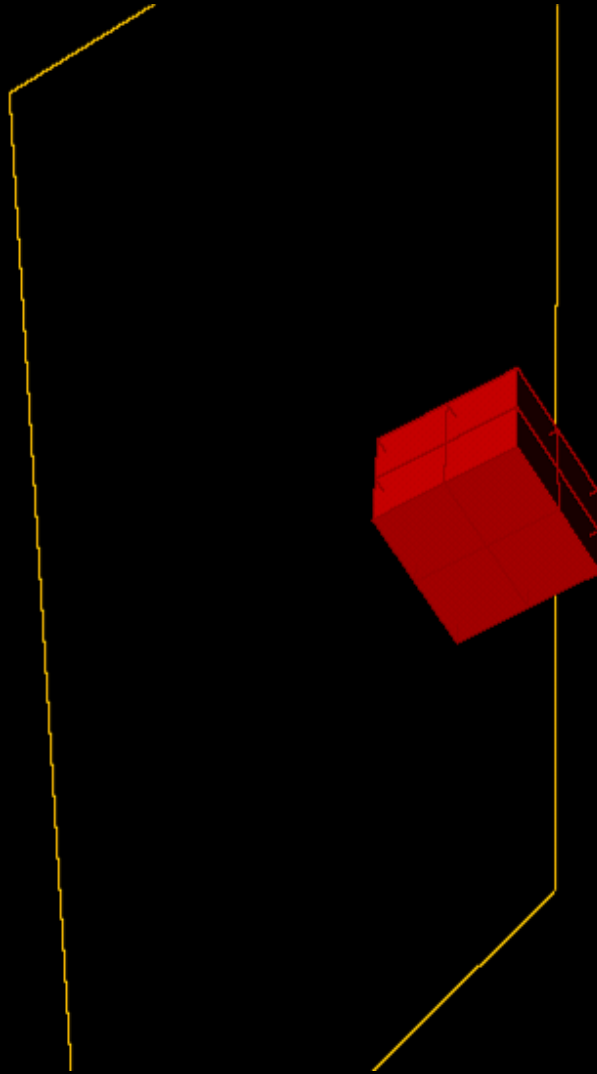
# I FONDAMENTI PROIETTIVI DELLA RAPPRESENTAZIONE

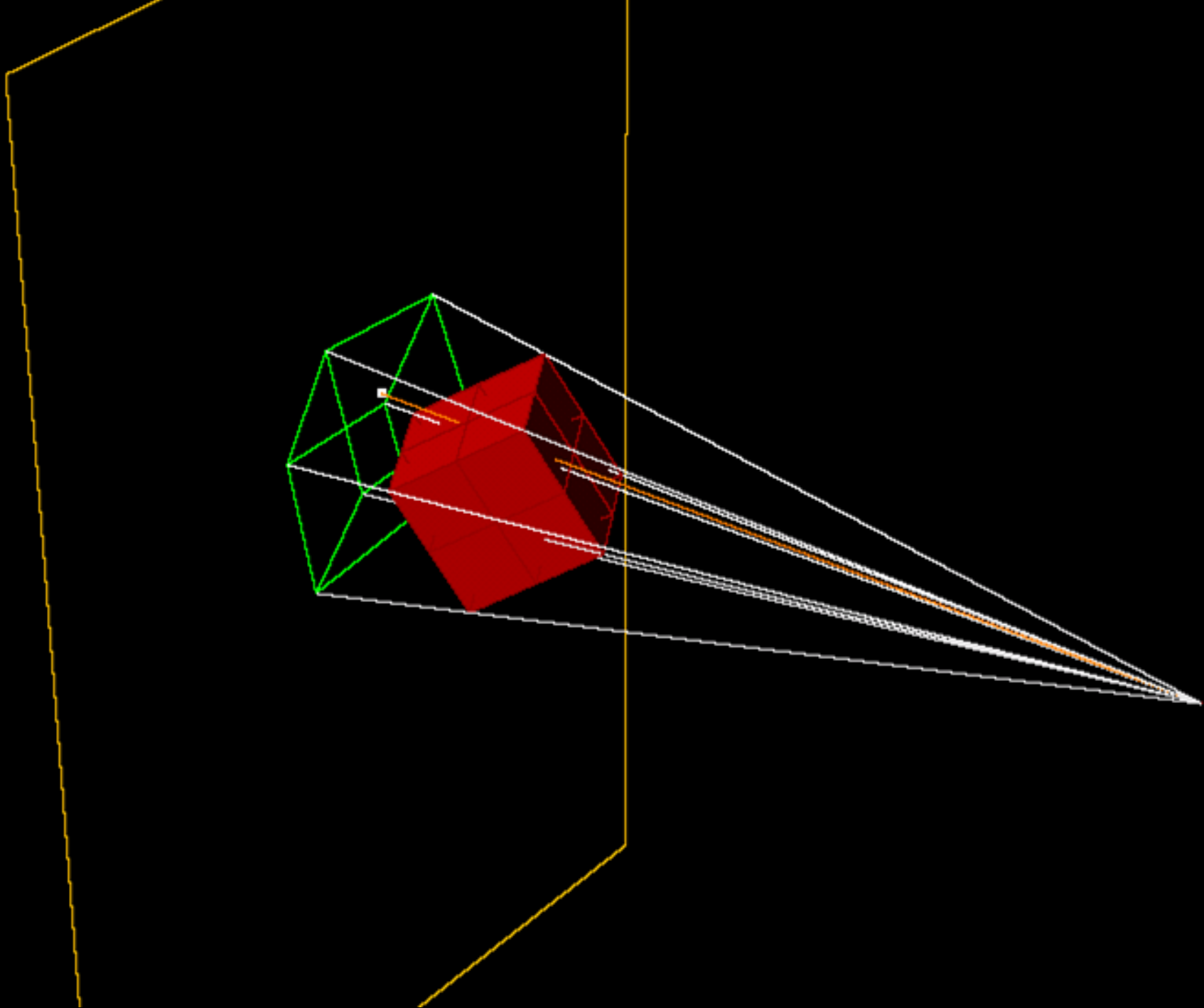
## L'OPERAZIONE DI PROIEZIONE E SEZIONE

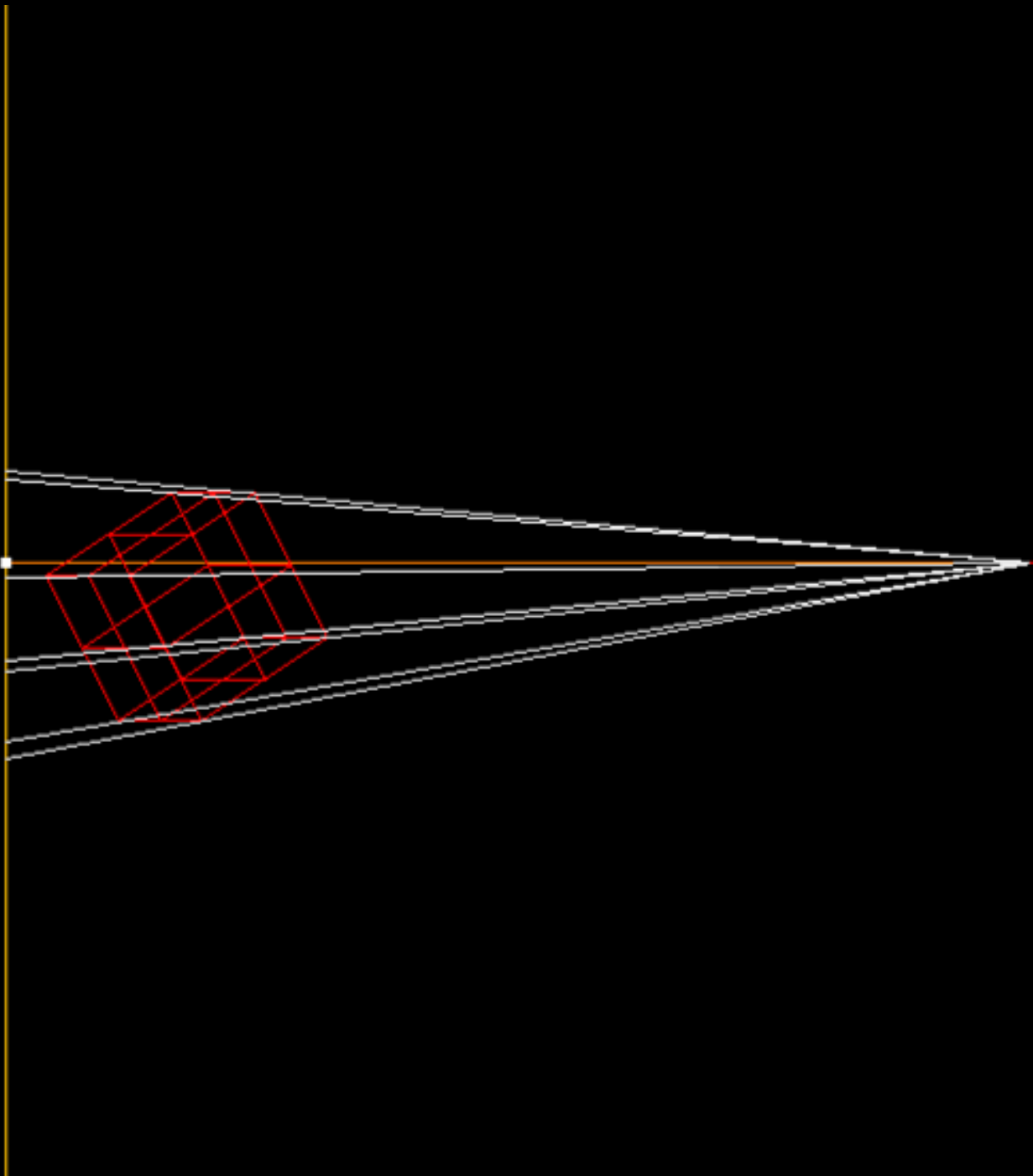


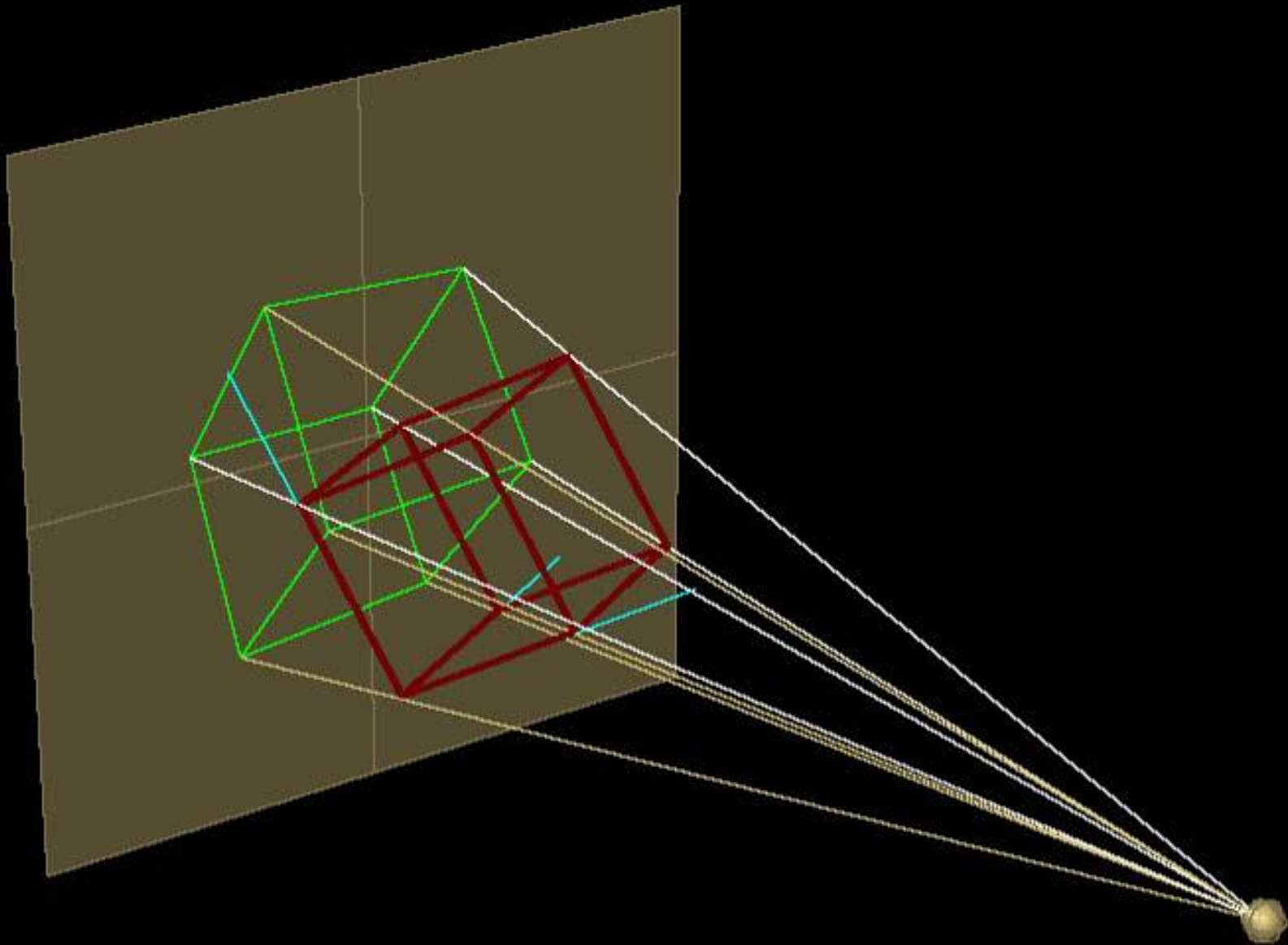
# PROIEZIONE DI UN CUBO

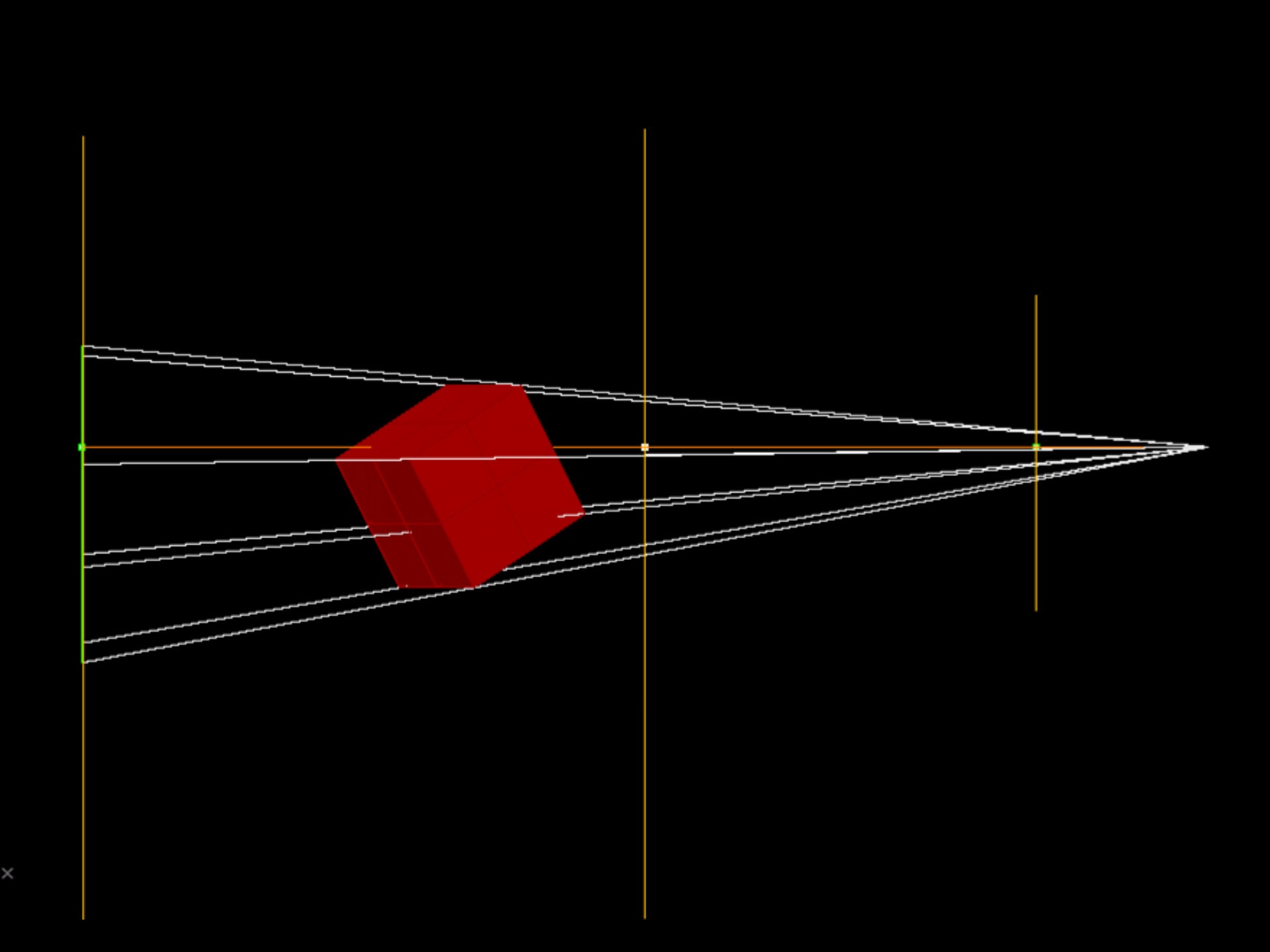
QUADRO

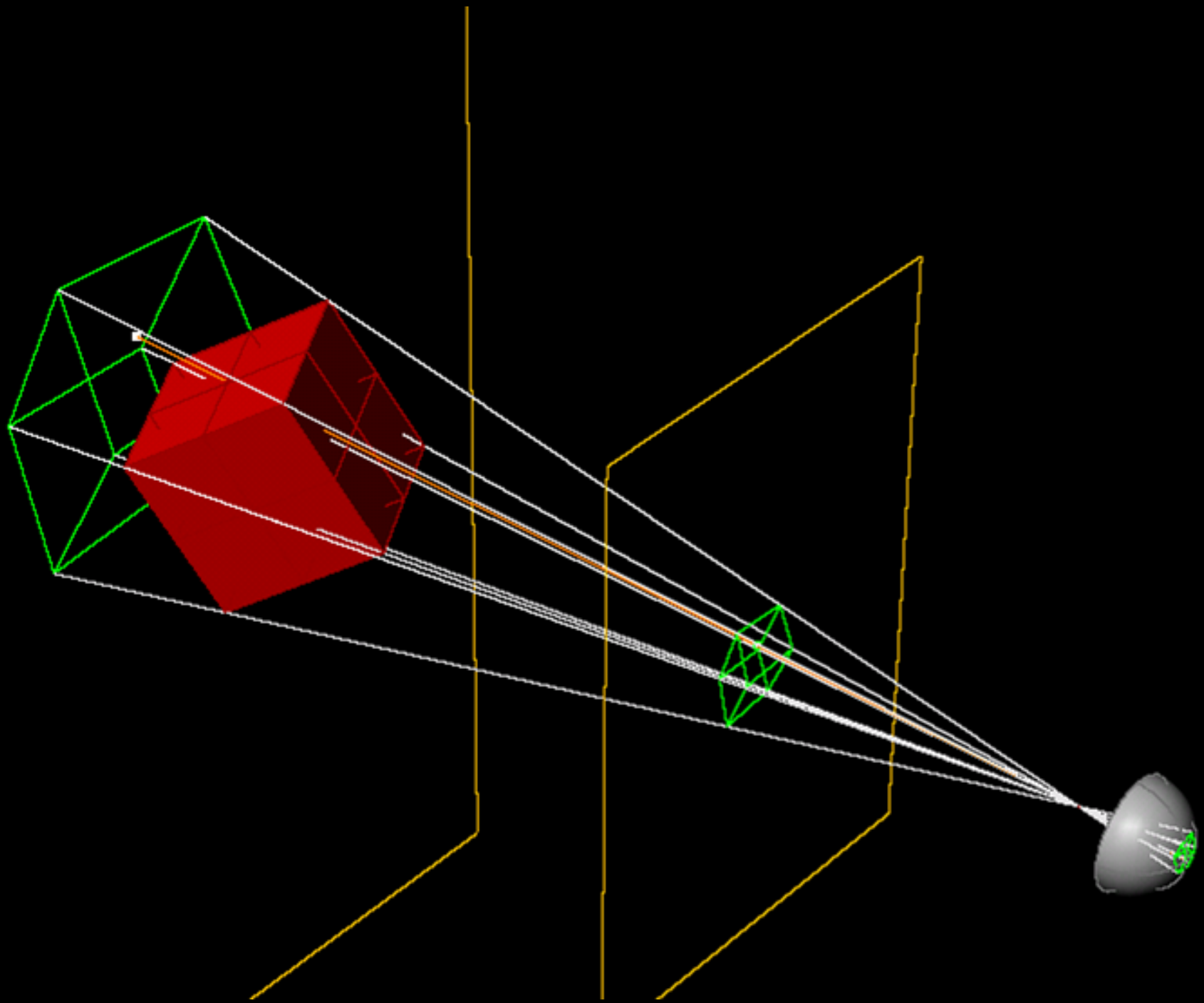












# L'OPERAZIONE DI PROIEZIONE E SEZIONE

L'operazione è articolata in due fasi:

la proiezione vera e propria, fondata sui postulati di appartenenza  
la sezione, che si avvale delle proposizioni relative all'intersezione degli enti geometrici.

Sono dati:

un punto **P** dello spazio,  
un altro punto **O**, detto centro di proiezione  
un piano di proiezione  $\pi'$ , detto quadro

L'operazione di proiezione e sezione consiste:

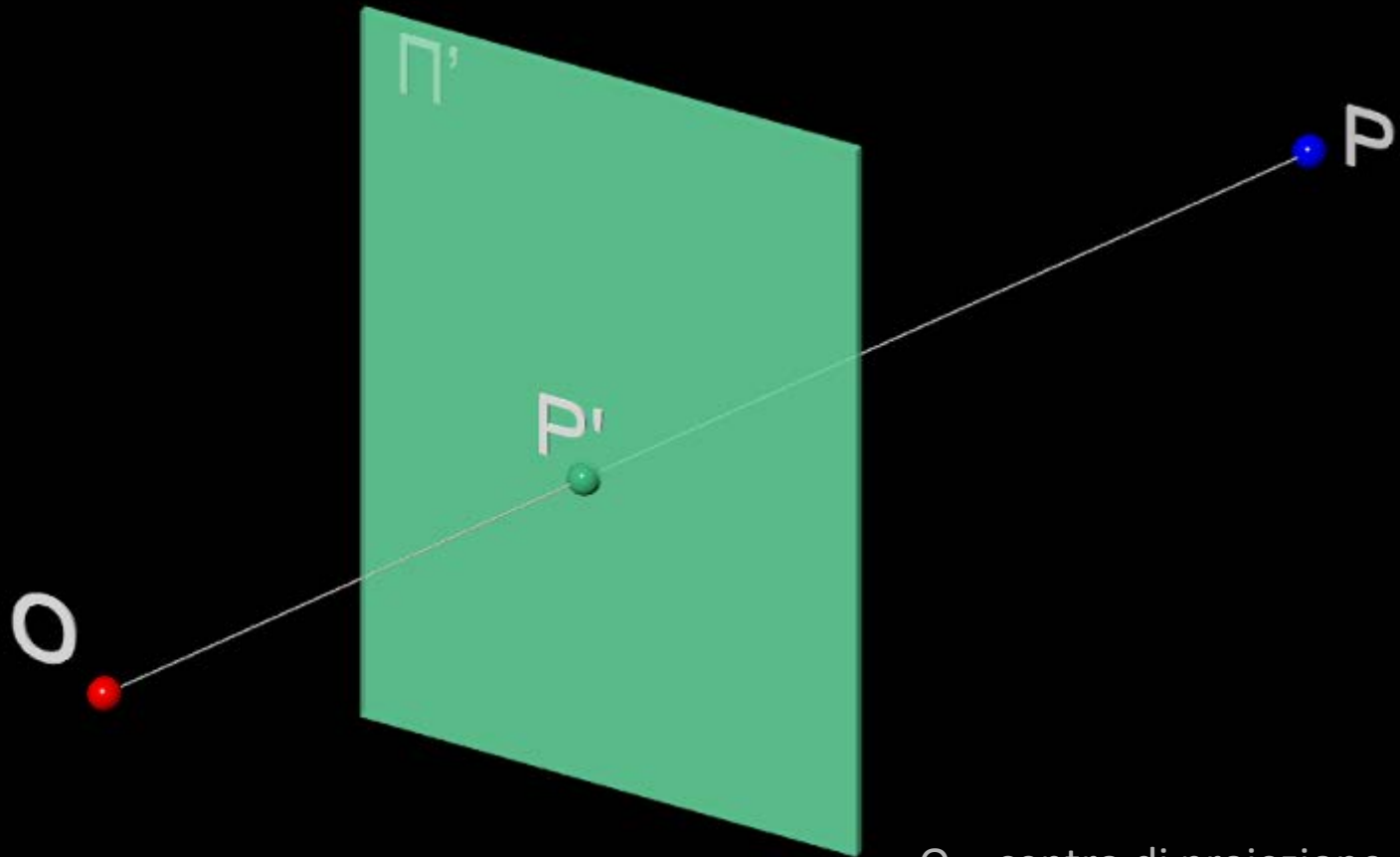
- nel costruire la retta (OP), individuata dal centro O e dal punto P (appartenenza);
- nel costruire il punto intersezione P' della retta (OP) con il piano di quadro  $\pi'$  (intersezione).

Il punto **P'** è detto semplicemente **immagine** o **proiezione** di P su  $\pi'$

La retta (OP) è detta **retta proiettante**, come anche tutte le rette che appartengono al centro di proiezione O.



# PROIEZIONE DI UN PUNTO



$O$  = centro di proiezione

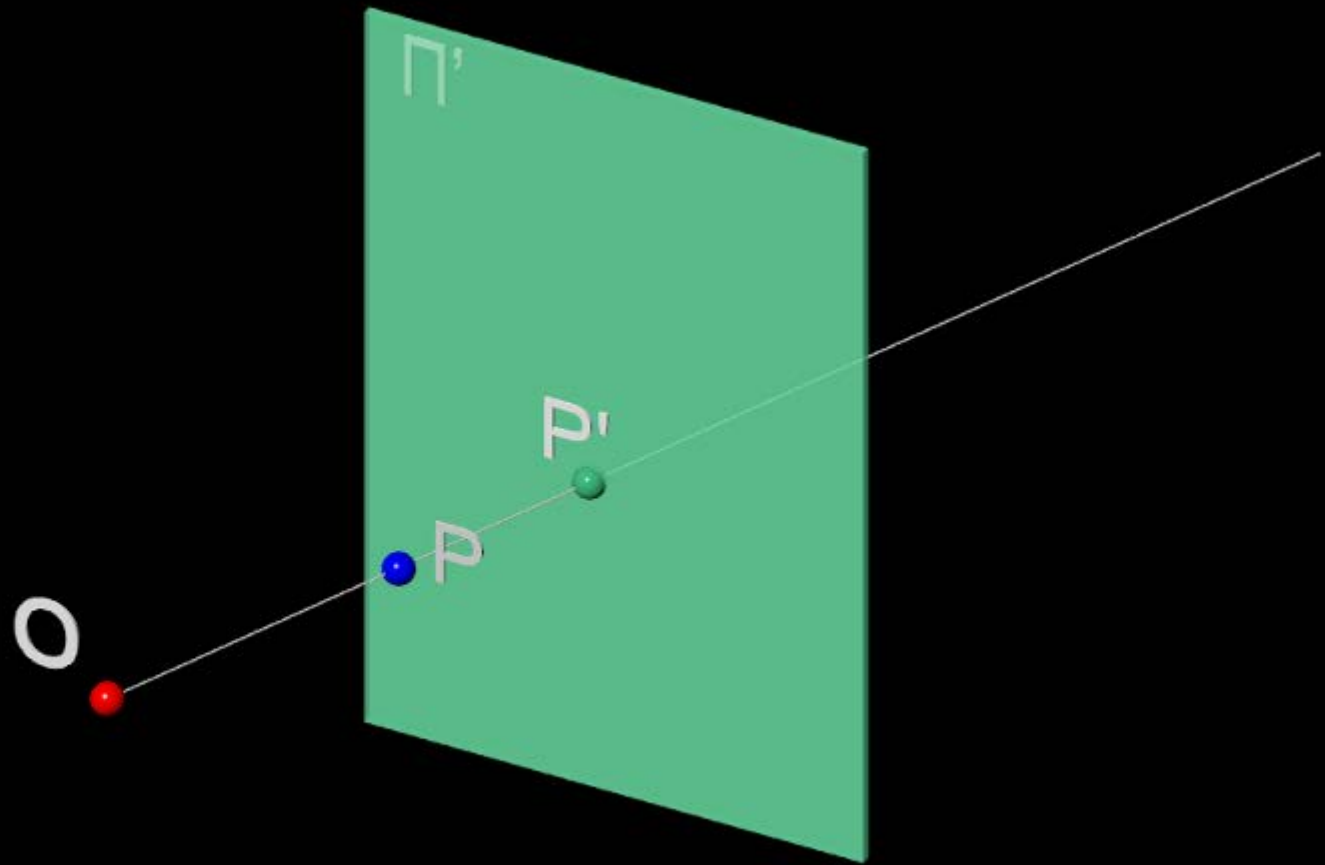
$P$  = punto da  
rappresentare/proiettare

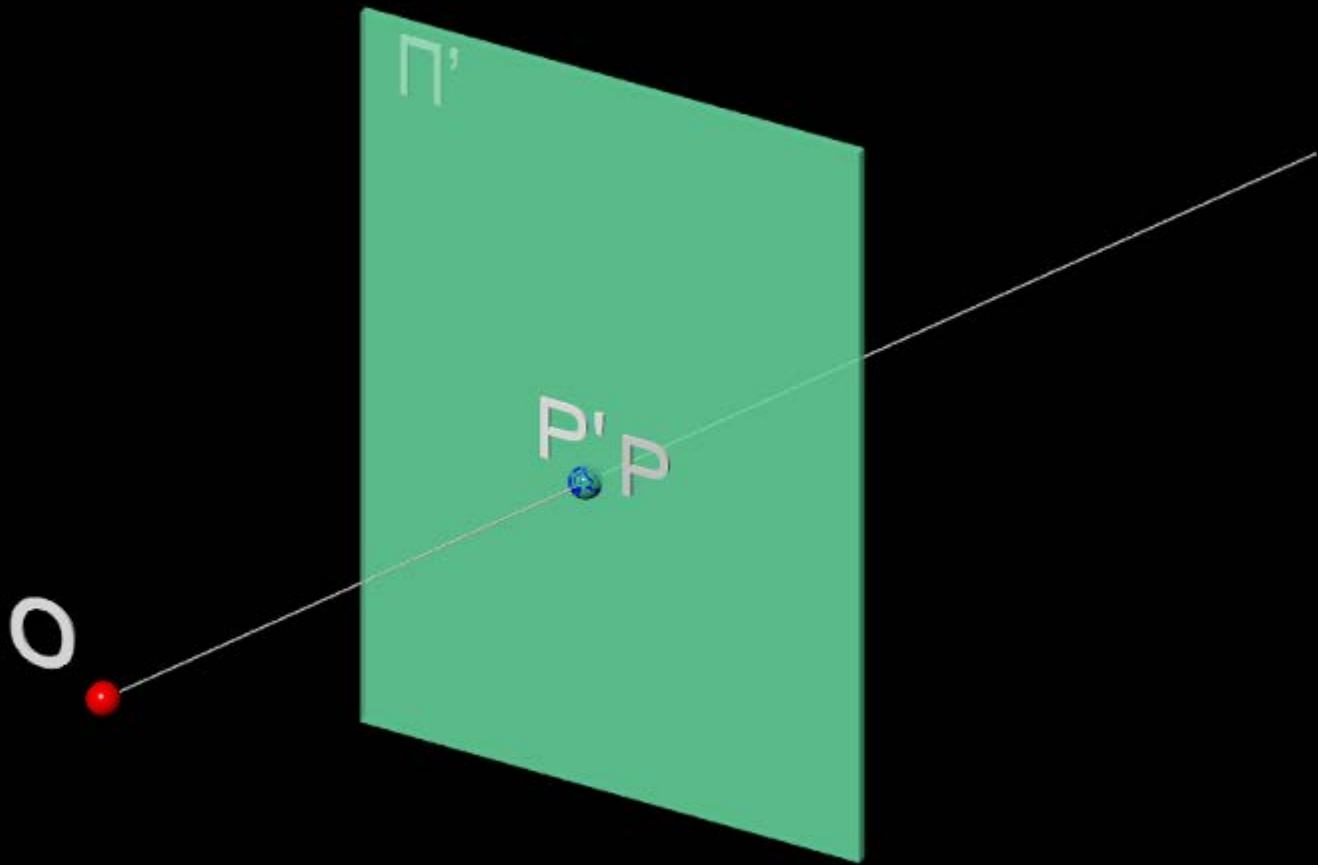
$P'$  = punto rappresentato

# POSIZIONE DEGLI ENTI GEOMETRICI FONAMENTALI

Esaminiamo ora le posizioni che il punto proiettato **P** può assumere lungo la retta proiettante:

- dobbiamo escludere che il punto proiettato coincida con il centro di proiezione **O**, in questo caso, infatti la retta proiettante non è individuata;
- tutte le altre posizioni sono legittime;
- in particolare, il punto **P** può trovarsi avanti o dietro il quadro, avanti o dietro il centro di proiezione;
- il punto **P** può appartenere al quadro: in tal caso l'immagine **P'** coincide con **P**.
- si deve infine escludere che il centro di proiezione **O** appartenga al quadro, perché, in tal caso l'operazione di proiezione, pure essendo possibile, è priva di senso.





# LA PROIEZIONE DI UNA RETTA

Sono dati:

- una retta  $r$  dello spazio,
- un punto  $O$ , detto centro di proiezione, distinti,
- un piano di proiezione,  $\pi'$  detto quadro.

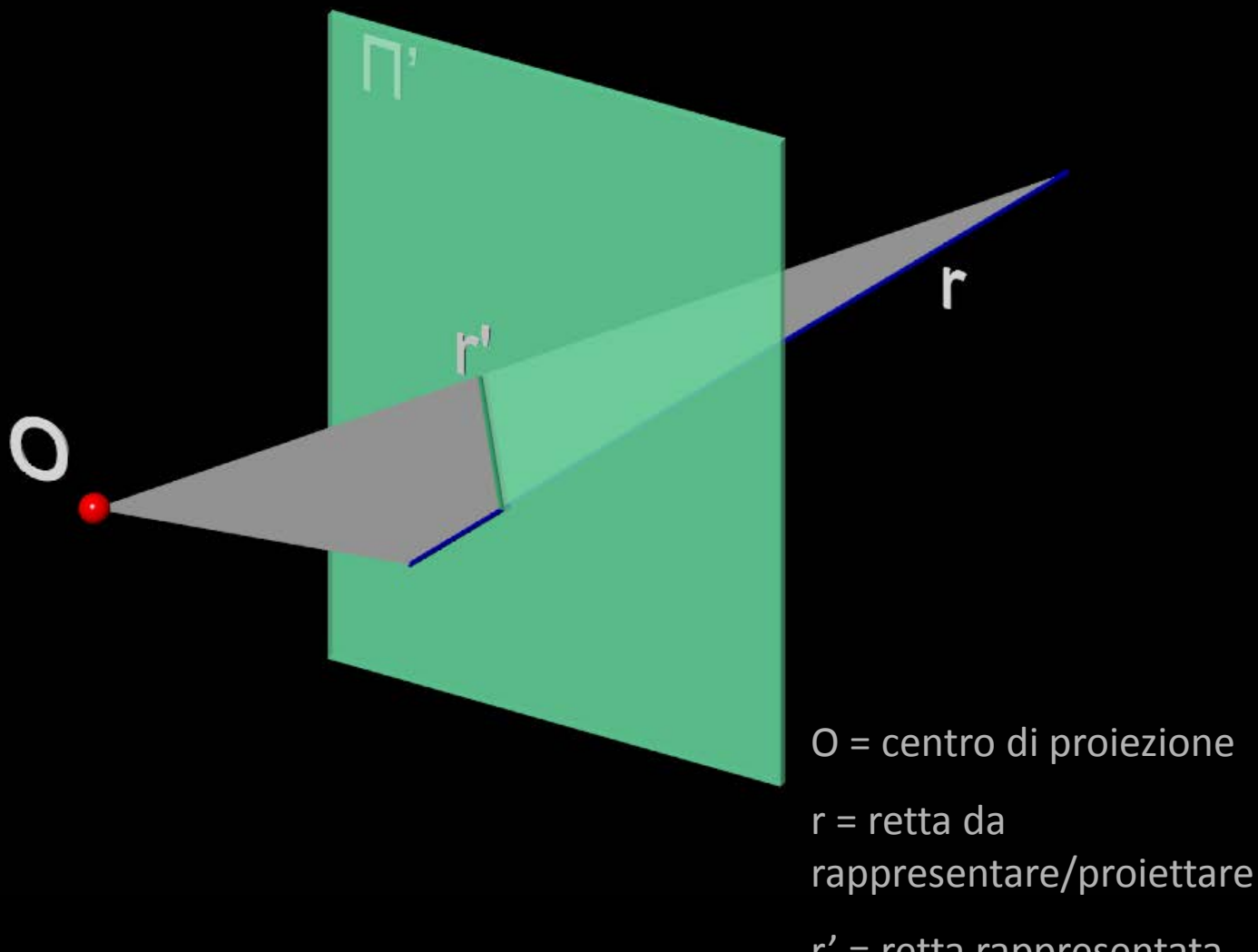
L'operazione di proiezione consiste:

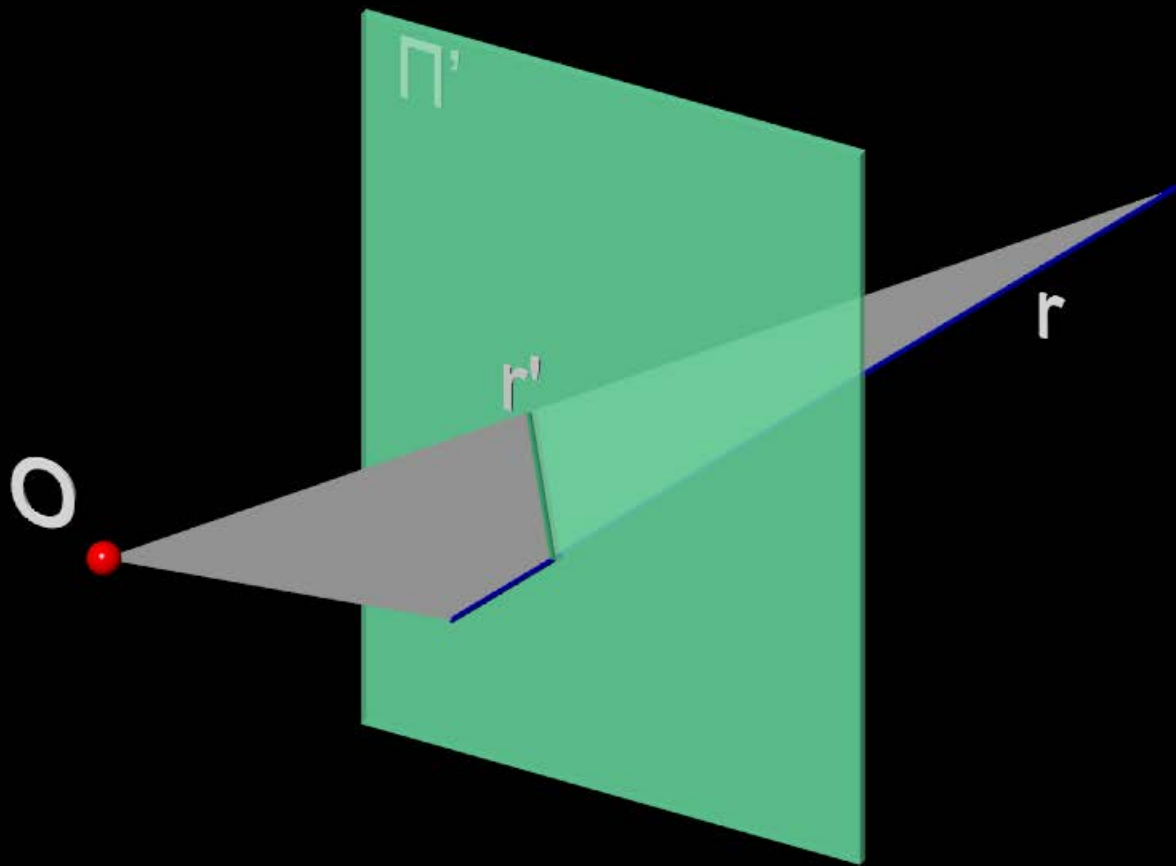
- nel costruire il piano  $(Or)$ , individuato dal centro  $O$  e dalla retta  $r$  (appartenenza);
- nel costruire la retta intersezione  $r'$  del piano  $(Or)$  con il piano di quadro  $\pi'$  (intersezione).

La retta  $r'$  è detta semplicemente **immagine** o **proiezione** di  $r$  su  $\pi'$ .

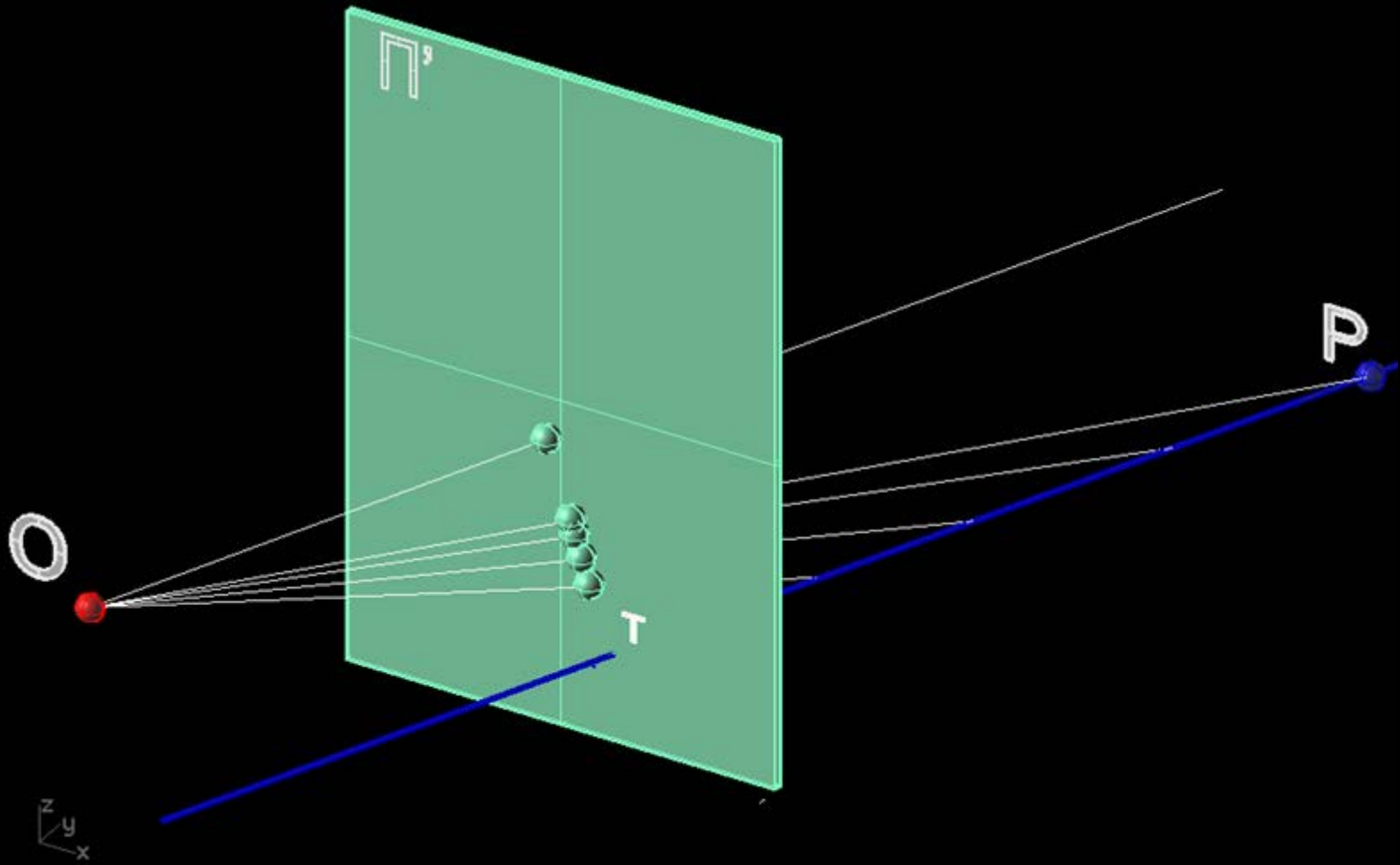
Il piano  $(Or)$  è detto **piano proiettante**, come anche tutti i piani che appartengono al centro di proiezione  $O$ .

# PROIEZIONE DI UNA RETTA

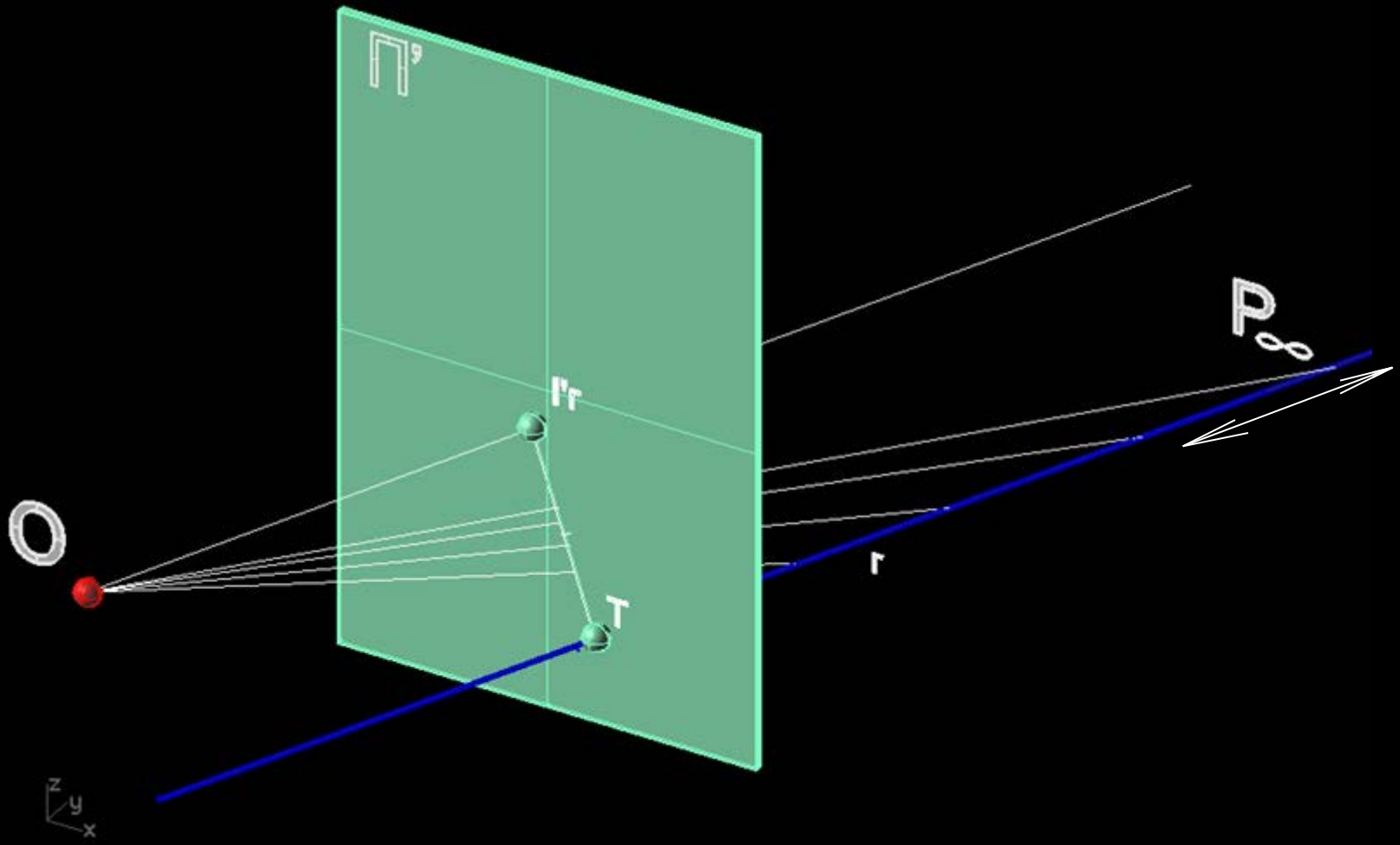




# LA RAPPRESENTAZIONE DELLA RETTA







# PROIEZIONE DI UN CUBO

