CINEMATICA

Cosa è la Cinematica?

La cinematica è quel ramo della meccanica che si occupa di **descrivere il moto dei corpi a prescindere dalle cause che lo producono**.

La descrizione cinematica del moto si basa sui due concetti fisici di **velocità** e **accelerazione**.

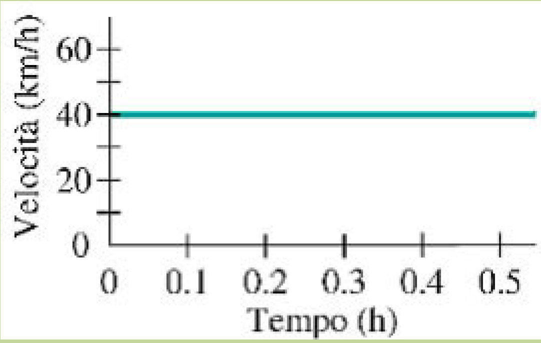
La **velocità** ci dice **quanto rapidamente cambia la posizione**, mentre l' **accelerazione quanto rapidamente cambia la velocità**.

I MOTI TRASLATORI

Il più semplice moto traslatorio da descrivere è quello **rettilineo uniforme**, proprio di un corpo che si muove a **velocità costante lungo una traiettoria rettilinea**.

Nel caso particolare di velocità costantemente **nulla**, la posizione non varia nel tempo e il corpo resta **fermo**.

Per valori della **velocità costanti** ma diversi da zero, invece, la **velocità media calcolata in un dato intervallo di tempo risulta uguale alla velocità a ogni singolo istante**.



I MOTI TRASLATORI

In molte situazioni accade che il moto abbia un **accelerazione costante**.

Se il moto è accelerato costantemente ed è rettilineo si parla di **moto rettilineo uniformemente accelerato**.

In questo caso l' **accelerazione media e quella istantanea coincidono**.

Se il corpo ha **accelerazione costante**, **la conoscenza della velocità media non fornisce alcuna indicazione precisa sulle proprietà del moto** ed è pertanto necessario definire la ***velocità istantanea***.

EQUAZIONI CINEMATICHE

Partendo dalla **definizione di accelerazione**, supponendola costante,

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

e assumendo $t_0=0$ si ricava $\boxed{v = v_0 + at}$

Ricordando la definizione di velocità media $\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t}$

che è esprimibile **anche** come $\langle v \rangle = \frac{v + v_0}{2} = \frac{(v_0 + at) + v_0}{2}$

Ci fa ricavare, *eguagliando le due ultime espressioni della velocità media*,

$$\boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$$

L'equazione oraria

EQUAZIONI CINEMATICHE

Ricavando poi, da $v = v_0 + at$ l'espressione $t = \frac{v - v_0}{a}$

E sostituendola in $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ si ha l'equazione:

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)}$$

In sintesi le equazioni della cinematica per moti traslatori ad accelerazione costante:

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$\langle v \rangle = \frac{v + v_0}{2}$$

RELAZIONI DIFFERENZIALI

Considerando la legge oraria $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ e derivandola si ha

$$\frac{d}{dt}\left(x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \right) = v_0 + \frac{1}{2} 2at = v_0 + at = v$$

Ne consegue che $\boxed{\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x} = v}$

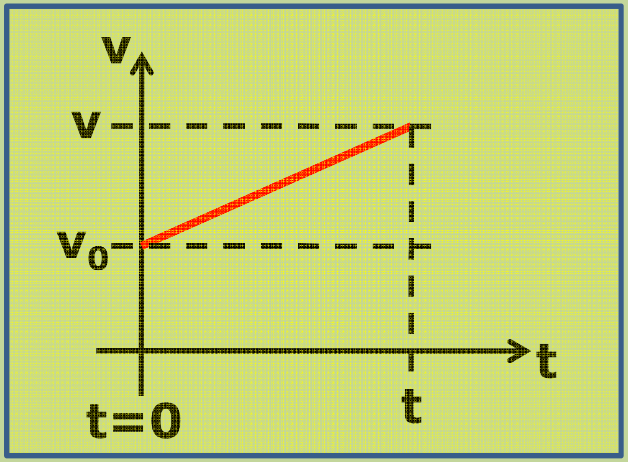
In modo analogo $\frac{d}{dt}\left(v_0 + at \right) = a$ da cui $\boxed{\frac{dv(t)}{dt} = \dot{v} = \ddot{x} = a}$

In definitiva:

- **La derivata dello spazio è la velocità**
- **La derivata della velocità è l'accelerazione**

Varrà anche il contrario?

RELAZIONI DIFFERENZIALI



Si consideri un moto accelerato con

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v - v_0}{t}$$

Sarà, ovviamente $v = v_0 + at$

Sapendo che x=x_0 per t=0 determiniamo la legge oraria.

Essendo $\dot{x} = v$ deve essere

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v dt = x_0 + \int_0^t (at + v_0) dt = x_0 + \left[\frac{1}{2}at^2 + v_0 t\right]_0^t = \boxed{x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

Quindi:

- **La legge oraria è l'integrale della velocità**
- **La velocità è l'integrale della accelerazione**

OGGETTI IN CADUTA

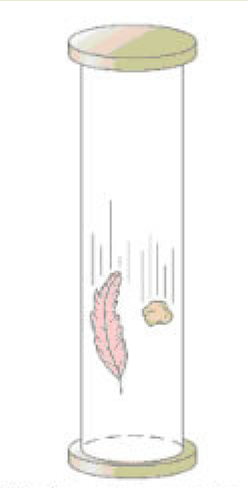
Un oggetto lasciato cadere rappresenta uno degli esempi più comuni di moto uniformemente accelerato.

Può non appare ovvio che un oggetto in caduta sia soggetto ad un' accelerazione. L' intuizione fu di **Galileo** che postulò che **in assenza di aria o di altre fonti d'attrito (*caso ideale*) tutti gli oggetti cadessero con la stessa accelerazione costante.**

Questa accelerazione è chiamata ***accelerazione di gravità*** della terra, e indicata con il simbolo ***g*** *(*9.8 m/s^2).

Si noti che **non è vero** che gli oggetti più pesanti cadono più velocemente nel vuoto.

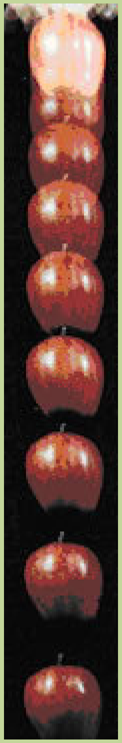
Avendo la **stessa accelerazione** (di gravità) **arriveranno a terra nello stesso istante**, sempre senza considerare attriti.



Tubo con «vuoto»

OGGETTI IN CADUTA

La percezione visiva dell' accelerazione può essere data dalla fotografia stroboscopica di una mela che cade (*gli intervalli di tempo tra uno scatto e l'altro sono uguali*).

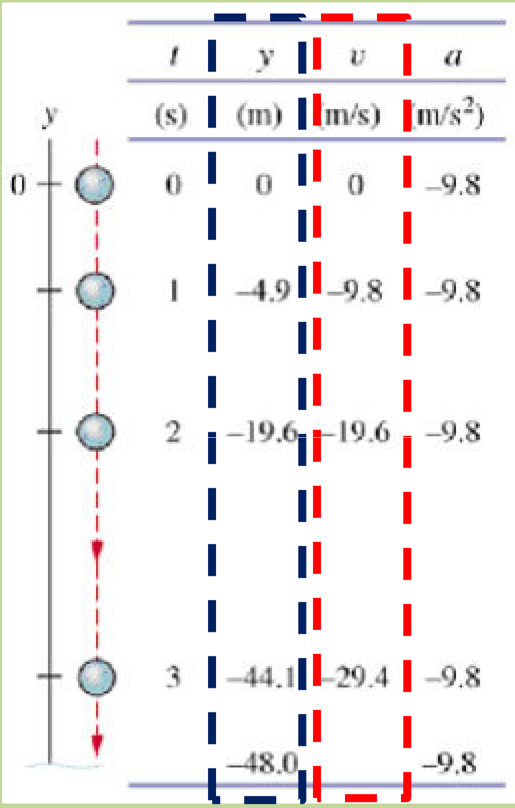


Si noti che la mela cade per un tratto sempre maggiore durante ciascun successivo intervallo di tempo, **il che significa che sta accelerando**.

Più precisamente, **la distanza percorsa è proporzionale al quadrato del tempo impiegato per percorrerla** (**se il tempo raddoppia, la distanza percorsa quadruplica**).

La velocità varia invece in modo diretto rispetto al tempo.

OGGETTI IN CADUTA



t (s)	y (m)	v (m/s)	a (m/s^2)
0	0	0	–9.8
1	–4.9	–9.8	–9.8
2	–19.6	–19.6	–9.8
3	–44.1	–29.4	–9.8
	–48.0		–9.8

Compiendo dei rilevamenti sperimentali si osserva che:

1. **La velocità aumenta in modo diretto e proporzionale al tempo**

$$\boxed{v = -at}$$

2. **La distanza percorsa è proporzionale al quadrato del tempo impiegato per percorrerla**

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}at^2}$$

Il segno negativo è dovuto all’orientamento dell’asse **y**

MOTO NON RETTILINEO

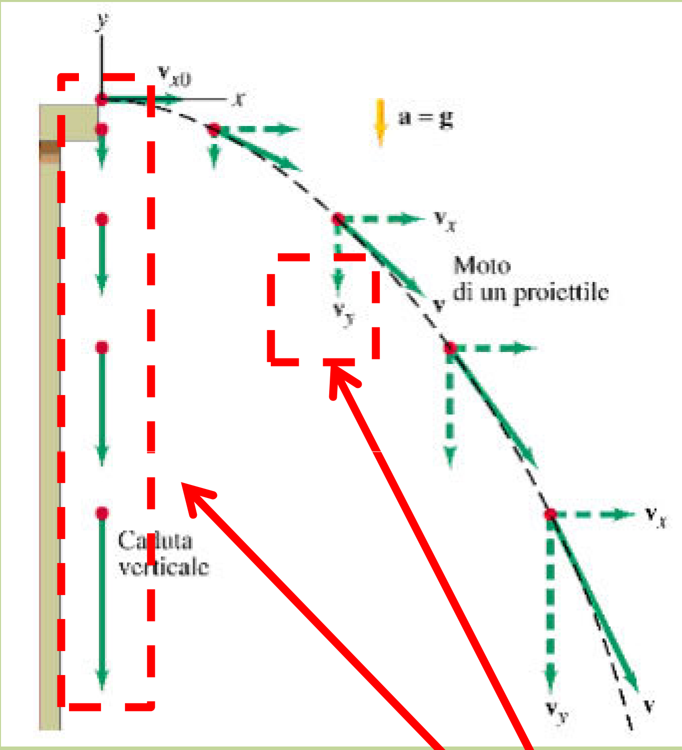
Ovvero il moto di oggetti che **si muovono su cammini in due o tre dimensioni** e non lungo una linea retta come nei moti rettilinei.

Per intraprendere lo studio di questo tipo di moto è necessario applicare **le regole dei vettori** (**velocità e spazi percorsi presentano componenti lungo gli assi x ed y**).

Esaminiamo in particolare il moto di oggetti che si muovono in aria **in due dimensioni vicino alla superficie terrestre**.

Questi tipi di moti possono essere racchiusi nella categoria di "**moto di un proiettile**".

MOTO NON RETTILINEO

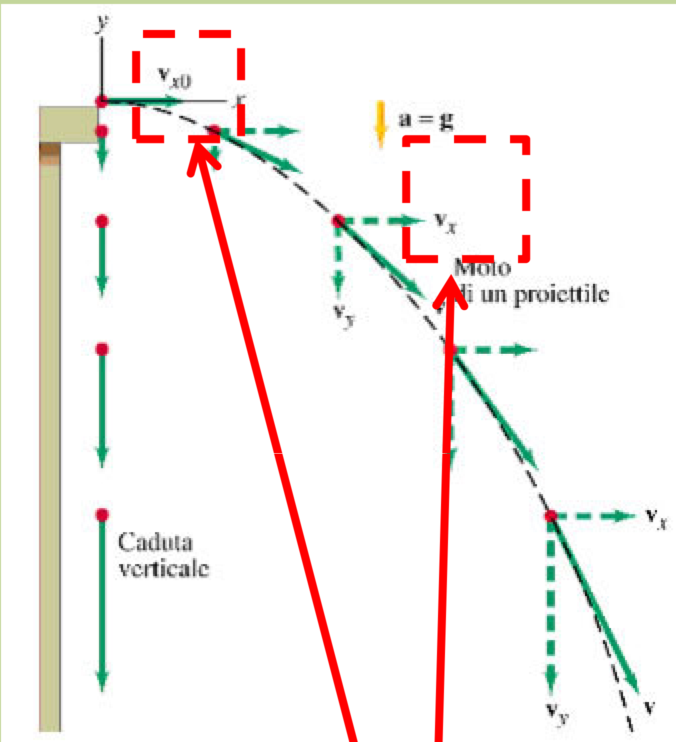


Il moto di un proiettile può essere compreso analizzando separatamente le componenti **verticali** e **orizzontali** del moto (**considerando che la velocità è una grandezza vettoriale**).
Per comodità trascuriamo la resistenza dell' aria.

Esaminiamo prima la **componente verticale** (**y**) del moto. Non appena l' oggetto lascia il piano d' appoggio è soggetto ad un' **accelerazione costante verso il basso** (**g accelerazione dovuta alla gravità**).

$$\boxed{y = \frac{1}{2} g t^2}$$

MOTO NON RETTILINEO



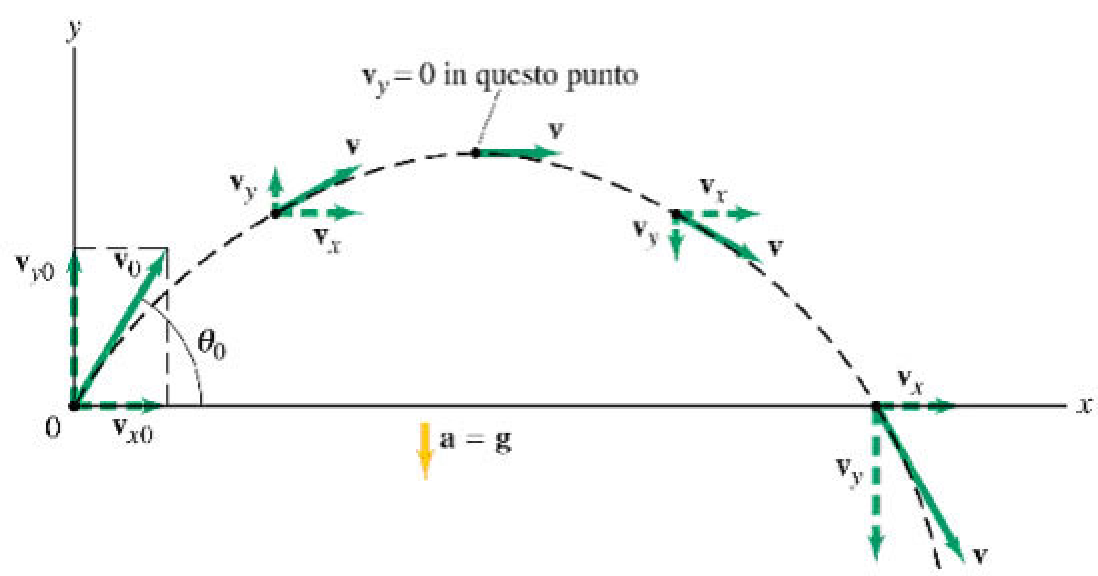
$$\boxed{x = v_{x0} t}$$

Nella componente orizzontale (**x**) del moto, l'accelerazione è nulla.
Di conseguenza **la componente orizzontale della velocità (V_x) rimane costante**, e quindi ha lo stesso valore in ogni punto della sua traiettoria.

Il risultato di questa analisi è che un oggetto lanciato orizzontalmente raggiunge il terreno nello stesso istante di un oggetto che cade verticalmente.

Ciò avviene perché il **moto verticale** è il **medesimo** in entrambi i casi.

MOTO NON RETTILINEO



Le equazioni caratterizzanti il moto sono:

$$v_{x0} = v\cos(\theta_0)$$
$$v_{y0} = v\sin(\theta_0)$$
$$x = v_{x0}t$$
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t$$

Se un oggetto è lanciato verso l'alto **con un certo angolo**, l'analisi è simile.
In questo caso la velocità possiede anche una componente verticale iniziale $\mathbf{V_{yo}}$.
A causa dell'accelerazione di gravità verso il basso $\mathbf{V_y}$ decresce continuamente sino a che l'oggetto raggiunge il punto più alto della sua traiettoria nel quale $\mathbf{V_y=0}$.
Poi $\mathbf{V_y}$ comincia ad aumentare diretta verso il basso mentre $\mathbf{V_x}$ rimane sempre costante.