

Corso di Laurea in Scienze dell’Architettura

Corso di Fondamenti e Applicazioni di Geometria Descrittiva

Riccardo Migliari¹,
Leonardo Baglioni², Jessica Romor³, Marta Salvatore⁴

1 Professore ordinario di Fondamenti e applicazioni della geometria descrittiva – titolare del corso
2, Ricercatore, 3 e 4 Dottori di ricerca in Rilievo e rappresentazione dell’architettura e dell’ambiente

Lezione 12 – 10 Novembre 2014

Argomenti

Le superfici (2). Approfondimento sul cono quadrico e sulle sue sezioni piane. Criteri di riconoscimento dell'ellisse, della parabola e dell'iperbole. Analisi degli scarti tra le curve sezione descritte da NURBS e le curve descritte dalle equazioni canoniche. Costruzione degli assi del cono quadrico. Costruzione delle due classi di sezioni circolari del cono quadrico.

Esercitazione in aula: costruzione degli assi e delle sezioni circolari del cono quadrico.

Tecniche di modellazione solida per l’architettura

Le sezioni piane del cono quadrico

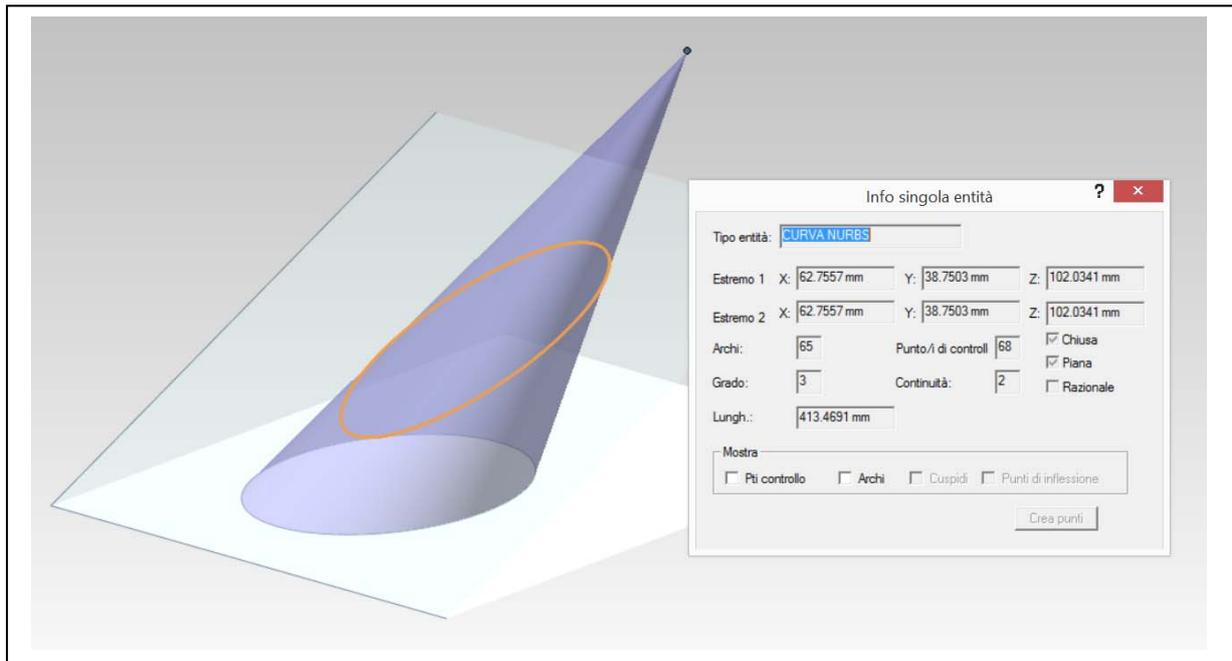
Concetti essenziali.

1. Il cono quadrico è la superficie luogo geometrico delle rette che escono da un punto **V** detto vertice del cono e si appoggiano a una direttrice conica, sia essa un cerchio, come un’ellisse, una parabola o un’iperbole. Si può anche dire che il cono quadrico è la superficie descritta dalle rette proiettanti i punti di una conica da un centro di proiezione **V**, distinto da quest’ultima.
2. Dato un cono quadrico di vertice **V** e direttrice circolare **g**, la curva che si ottiene tagliando il cono con un piano **α** , è una ellisse, una parabola o una iperbole se il piano parallelo ad **α** e passante per **V** è, rispettivamente, esterno, tangente o secante la direttrice **g**.
3. Per verificare la natura della conica sezione, si procede come segue:
 - a. Si costruisce il piano **γ** che ospita la direttrice.
 - b. Si costruisce il piano **β** parallelo al piano di sezione che passa per il vertice **V** del cono.
 - c. Si costruisce la retta **s** intersezione dei due piani **β** e **γ** .
 - d. Si osserva il comportamento di **s** rispetto a **g**: se **s** è distinta da **g**, la curva sezione è un’ellisse; se **s** è tangente a **g**, la curva sezione è una parabola; se **s** è secante **g**, la curva sezione è un’iperbole.

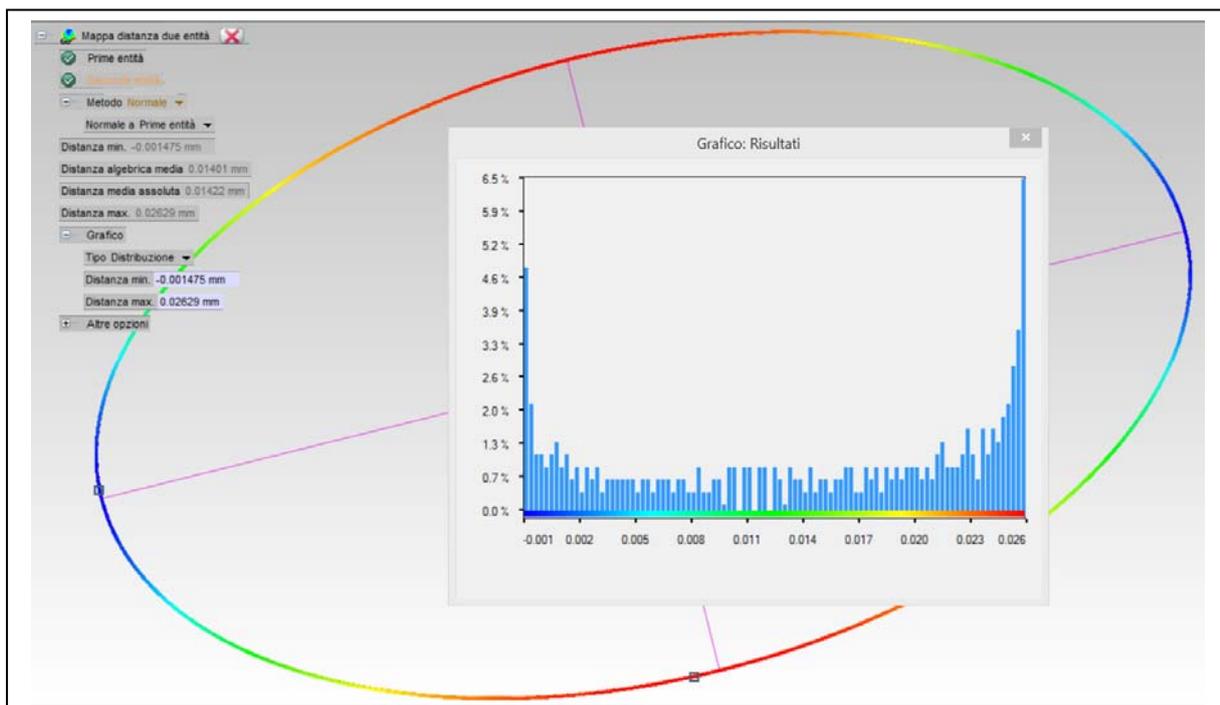
Analisi degli scarti tra una conica e una NURBS

Concetti essenziali

1. Se tagliamo un cono quadrico con un piano otteniamo una curva che il software di rappresentazione matematica riconosce semplicemente come NURBS. Tuttavia, se si utilizza un programma capace di rappresentare le coniche usando le equazioni specializzate (quelle classiche della geometria analitica) è possibile confrontare la curva sezione con la conica corrispondente e misurare gli scarti eventuali tra l'una e l'altra.
2. Il comando che curva sezione in **td** è: Strumenti/Info/Singola entità.



3. Il comando che valuta gli scarti tra una curva e l'altra in **td** è: Strumenti/Info/Mappa distanza due entità. Le distanze inferiori al millesimo di millimetro sono trascurabili.



La costruzione degli assi del cono quadrico

Concetti essenziali

1. I coni quadrici possono generare, per sezione piana, qualsiasi tipo di conica (ellissi, parabole e iperboli) e anche due schiere di infinite sezioni circolari.
2. Per costruire le sezioni circolari di un cono quadrico è necessario determinare gli assi del cono stesso.
3. Ogni coppia di assi individua un piano di simmetria ortogonale del cono.
4. Costruzione degli assi:
 - a. Si costruisce una sfera di raggio arbitrario con centro nel vertice del cono;
 - b. Si taglia il cono con questa sfera e si costruisce il solido chiuso dalle due porzioni di superfici del cono e della sfera che si intersecano;
 - c. si individua il baricentro del solido come sopra costruito; in **td**: Strumenti/Info/Analisi/Centro di massa – Inserisci dati geometrici; in **Rhino**: Analizza/Proprietà di massa/Centroide del volume.
 - d. l'asse **z** del cono è la retta che passa per il vertice e per il baricentro;
 - e. si taglia il cono con un piano perpendicolare all'asse del cono e si costruiscono gli assi della relativa ellisse sezione;
 - f. gli assi **x** e **y** del cono passano per il vertice e sono paralleli agli assi dell'ellisse sezione come sopra costruita.
5. Costruzione delle sezioni circolari del cono quadrico:
 - a. si costruisce una delle due generatrici del cono che passano per gli estremi dell'asse maggiore dell'ellisse sezione costruita poc'anzi;
 - b. le sfere che hanno centro sull'asse del cono e sono tangenti alla generatrice suddetta tagliano il cono quadrico secondo coppie di cerchi.

Per maggiori dettagli e immagini vedi Geometria Descrittiva vol. II, pag. 163 e seguenti.