

## Corso di Laurea in Scienze dell’Architettura

### Corso di Fondamenti e Applicazioni di Geometria Descrittiva

Riccardo Migliari<sup>1</sup>,  
Leonardo Baglioni<sup>2</sup>, Jessica Romor<sup>3</sup>, Marta Salvatore<sup>4</sup>

1 Professore ordinario di Fondamenti e applicazioni della geometria descrittiva – titolare del corso  
2, Ricercatore, 3 e 4 Dottori di ricerca in Rilievo e rappresentazione dell’architettura e dell’ambiente

Lezione 11 – 3 Novembre 2014

#### Argomenti

**Le superfici (1).** Classificazione delle superfici: per la genesi geometrica, per le proprietà analitiche, per le proprietà differenziali. Le superfici di rivoluzione: per rivoluzione di una curva qualsiasi; per rivoluzione di una circonferenza (sfera e toro); per rivoluzione di una retta (cilindro e cono). Cenno all’iperboloide rotondo. Studio delle sezioni piane delle superfici di rivoluzione generiche; della sfera; del toro (comprese le sezioni di Villarçeau); del cilindro e del cono.

**Esercitazione in aula:** costruzione delle sezioni di Villarçeau. Genesi del toro come rivoluzione di una sezione di Villarçeau.

**Tecniche di modellazione solida per l’architettura**

#### La classificazione delle superfici

Concetti essenziali.

1. Le superfici si possono classificare secondo le proprietà analitiche, secondo le proprietà differenziali, o secondo le proprietà dei luoghi geometrici che descrivono.
2. La classificazione analitica distingue le superfici in base al grado dell’equazione che le rappresenta.  
Ad esempio:  
il piano è una superficie di primo grado (o di primo ordine);  
la sfera è una superficie di secondo grado (o di secondo ordine); le superfici di secondo grado sono dette anche superfici quadriche.  
la sella di scimmia (monkey saddle) è una superficie di terzo grado;  
il toro è una superficie di quarto grado; etc.
3. Un retta incontra una superficie di grado  $n$  in  $n$  punti; un piano la taglia secondo una curva (piana) di grado  $n$ .
4. La classificazione differenziale distingue le superfici in base alla curvatura gaussiana (che sarà illustrata più avanti) e che può assumere valori positivi, negativi o nulli. Le superficie, perciò, possono avere in tutti i loro punti curvatura gaussiana positiva, negativa o nulla, ma possono anche possedere, in punti distinti, curvature gaussiane diverse.  
Il piano, il cilindro e il cono sono esempi di superfici a curvatura nulla.  
La sfera e l’ellissoide sono esempi di superfici a curvatura positiva.  
L’iperboloide a una falda e il paraboloido iperbolico sono esempi di superfici a curvatura negativa.  
Il toro è un esempio di superficie che presenta, in punti distinti, i tre diversi tipi di curvatura.
5. La classificazione secondo il luogo geometrico descritto dalla superficie è quella più consona agli studi geometrico-descrittivi e agli studi di architettura perché i meccanismi che generano la superficie sono gli stessi che si utilizzano per costruirla.  
Ad esempio, per costruire una volta da forno, il cui intradosso è una semisfera, si pianta un chiodo sul piano di imposta, si tende una fune di lunghezza costante e si dispongono i mattoni nei luoghi dello spazio raggiunti dalla estremità della fune.

### ***Le superfici di rivoluzione***

#### Concetti essenziali

1. Le superfici di rivoluzione sono descritte dal moto di rivoluzione di una linea, detta generatrice, intorno a un asse, detto asse di rivoluzione.
2. Durante il moto tutti punti della linea descrivono circonferenze (o archi di circonferenza) che giacciono in piani perpendicolari all'asse di rivoluzione.
3. Durante il moto di rivoluzione la generatrice, mantenendosi nel piano che la contiene e che passa per l'asse, ruota anche su sé stessa e, per questo motivo, il moto si dice *di rivoluzione* (e non, semplicemente, *di rotazione*).
4. Le circonferenze descritte dai punti della generatrice si dicono direttrici della superficie.
5. Se si taglia una superficie di rivoluzione con un piano passante per l'asse si ottiene una generatrice.
6. Se si taglia una superficie di rivoluzione con un piano perpendicolare all'asse si ottiene una circonferenza (o un arco di circonferenza).
7. Una retta che compie un moto di rivoluzione intorno a un'altra retta, complanare, descrive un cono, o un cilindro, secondo che le due rette siano incidenti in un punto o parallele a una direzione (ovvero incidenti in un 'punto all'infinito').
8. Una circonferenza che compie un moto di rivoluzione intorno a un asse complanare descrive una sfera o un toro, secondo che l'asse appartenga al centro della sfera o sia da esso distinto.
9. Una retta che compie un moto di rivoluzione intorno a un'altra retta, sghemba, descrive un iperboloide di rivoluzione.
10. Una iperbole che compie un moto di rivoluzione intorno al proprio asse coniugato descrive un iperboloide di rivoluzione a una falda.
11. Una iperbole che compie un moto di rivoluzione intorno al proprio asse trasverso descrive un iperboloide di rivoluzione a due falde.
12. Una parabola che compie un moto di rivoluzione intorno al proprio asse descrive un paraboloidi di rivoluzione.
13. Una ellisse che compie un moto di rivoluzione intorno a uno dei suoi assi descrive un ellissoide di rivoluzione.

***Studio delle sezioni piane del toro (comprese le sezioni di Villarçeau)***

Concetti essenziali

1. Tagliando un toro con un piano passante per l'asse si ottengono due generatrici del toro, ovvero due meridiani. Se l'asse del toro è esterno alla generatrice, le due circonferenze sono distinte.
2. Tagliando un toro con un piano perpendicolare all'asse si ottengono due direttrici del toro, ovvero due paralleli. Le due circonferenze sono concentriche.
3. Tagliando un toro con un piano bitangente si ottengono ancora due circonferenze, dette circonferenze di Villarçeau dal nome del loro scopritore. Le circonferenze di Villarçeau sono intrecciate.

## ***Tecniche di modellazione solida per l'architettura***

### Concetti essenziali

#### Preliminari

1. Il modello deve essere costruito nelle sue dimensioni reali e non 'in scala'.
2. L'unità di misura deve essere quella impiegata dal progettista. Ad esempio, in Europa si usa il sistema metrico decimale, negli USA si usa il sistema imperiale (il piede, diviso in dodici pollici ciascuno dei quali misura 2,54 cm).  
In **td** (thinkdesign) il comando Strumenti/Opzioni/Proprietà documento/Unità di misura permette di scegliere l'unità di misura.  
In **Rhino** il comando File/Proprietà/Unità permette di scegliere l'unità di misura.
3. Può essere utile preparare una griglia che aiuterà nel dimensionare i solidi evitando misure di fatto irrealizzabili e ciò espresse con una precisione che non è realizzabile in cantiere con le tecniche impiegate.  
In **td** il comando Vista/Griglia/Proprietà permette di aggiustare la griglia dinamica nascosta.  
In **Rhino** il comando File/Proprietà/Griglia permette di scegliere l'unità di misura.
4. Può essere utile caricare sullo sfondo una immagine, ad esempio la scansione di una pianta o di un prospetto. Si deve però evitare di ricalcare pedissequamente il disegno. Ciò che si deve modellare è ciò che il disegno rappresenta, non sempre con la dovuta accuratezza e completezza. Ciò significa che occorrerà integrare, interpretandole, tutte le informazioni mancanti.  
In **td**, per caricare una immagine sullo sfondo si usa il comando: Inserisci/Immagine. L'immagine così caricata è visibile in tutte le viste. Si possono anche caricare più immagini su piani diversi, ad esempio una pianta e un prospetto.  
In **Rhino**, per caricare una immagine sullo sfondo si usa il comando: Visualizza/Bitmap di sfondo/Colloca.
5. Il modello deve essere articolato su più livelli, coerentemente con le parti che lo compongono, ad esempio: Fondazione, Strutture verticali, Solai, Tamponamenti esterni, Tramezzi, Infissi esterni, Infissi interni etc. etc.  
I solidi debbono essere uniti quando rappresentano parti contigue e omogenee e ciò al fine di evitare un numero eccessivo di file nelle successive operazioni di importazione nell'ambiente di rendering.

#### Modellazione solida

1. Un solido è un oggetto del quale si conoscono non solo le proprietà metriche e geometriche, ma anche la topologia e, in particolare, qual è l'interno, pieno, del solido. Ciò permette al software di applicare al solido le 'lavorazioni' tipiche della produzione industriale. Le più usate tra queste lavorazioni sono l'estrusione lineare, l'estrusione rotazionale, il raccordo, lo smusso, il guscio. Vi sono poi lavorazioni che consentono di aggiungere o togliere materiale al pezzo già lavorato e sono: l'appendice lineare o rotazionale e la tasca lineare o rotazionale. Tutte queste operazioni di servono di una linea chiusa, detta 'profilo', come generatrice e di una linea direttrice o di un asse di rivoluzione.  
NOTA BENE: il profilo deve sempre trovarsi sul piano di costruzione **xy** all'atto della generazione del solido.  
In **td** i comandi per la lavorazione dei solidi si trovano nel menu Inserisci/Solidi.  
**Rhinoceros** NON è un modellatore solido, ma dispone di oggetti che imitano il comportamento di un solido: le polisuperfici. I comandi relativi alle lavorazioni si trovano nel menu Solidi.
2. Quando non è possibile generare un solido applicando estrusioni e lavorazioni in successione, si possono costruire le superfici che racchiudono il solido una ad una per poi 'imploderle' nella forma solida desiderata.  
In **td** il comando che esegue questa operazione è: Inserisci/Solidi/Implodi solido.  
In **Rhinoceros** il comando che esegue questa operazione è: Solidi/Crea solido.