

Corso di Laurea in Scienze dell’Architettura

Corso di Fondamenti e Applicazioni di Geometria Descrittiva

Riccardo Migliari¹,
Leonardo Baglioni², Jessica Romor³, Marta Salvatore⁴

*1 Professore ordinario di Fondamenti e applicazioni della geometria descrittiva – titolare del corso
2, Ricercatore, 3 e 4 Dottori di ricerca in Rilievo e rappresentazione dell’architettura e dell’ambiente*

Lezione 09 – 27 Ottobre 2014

Argomenti

Le coniche (2): Il teorema di Dandelin nel caso della parabola.

La parabola e le sue proprietà: asse focale, vertice, direttrice, eccentricità.

Esercitazione in aula: costruzione di Dandelin relativa alla parabola.

Le coniche (3): Il teorema di Dandelin nel caso dell’iperbole.

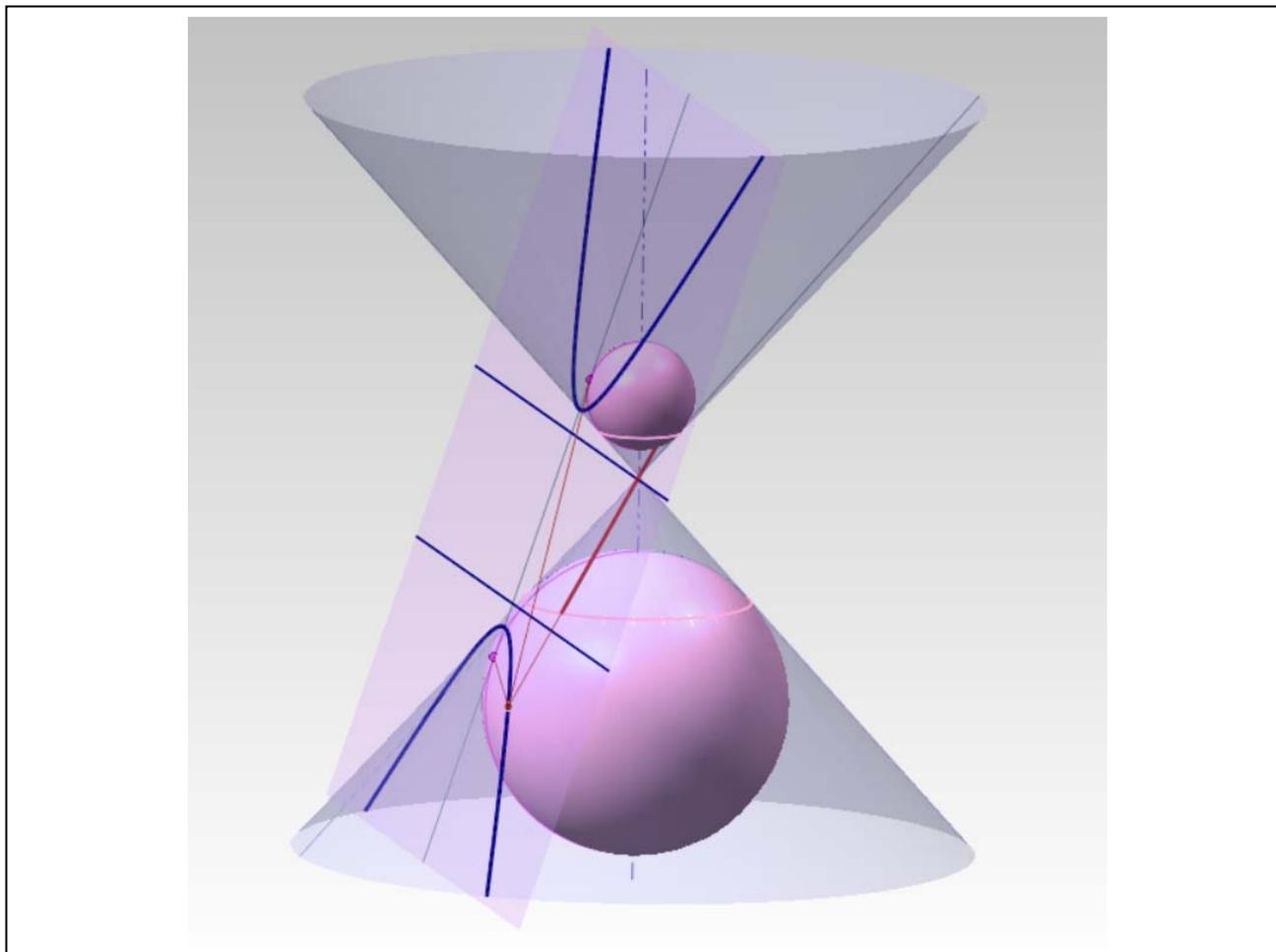
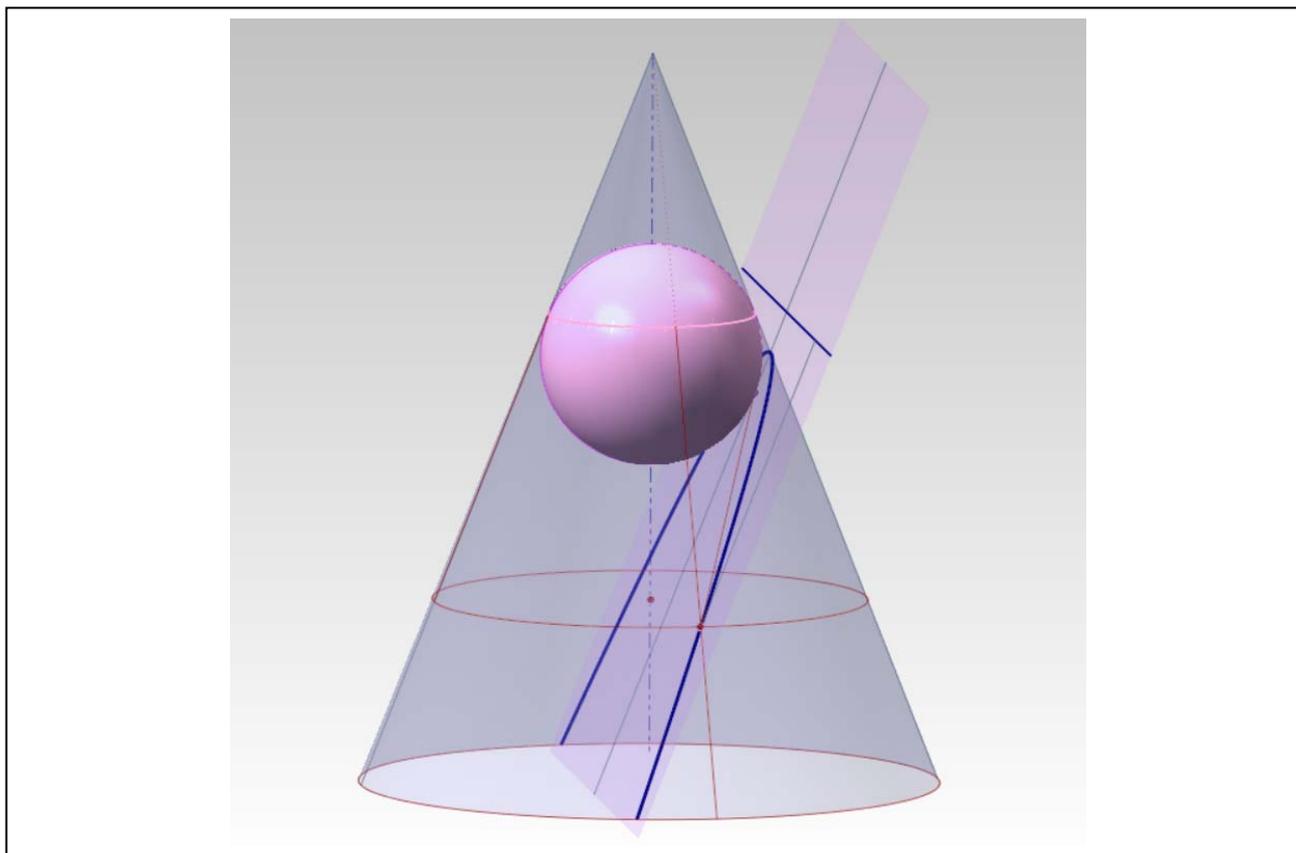
L’iperbole e le sue proprietà: asse trasverso, asse coniugato, vertici, direttrici, eccentricità.

Esercitazione in aula: costruzione di Dandelin relativa all’iperbole.

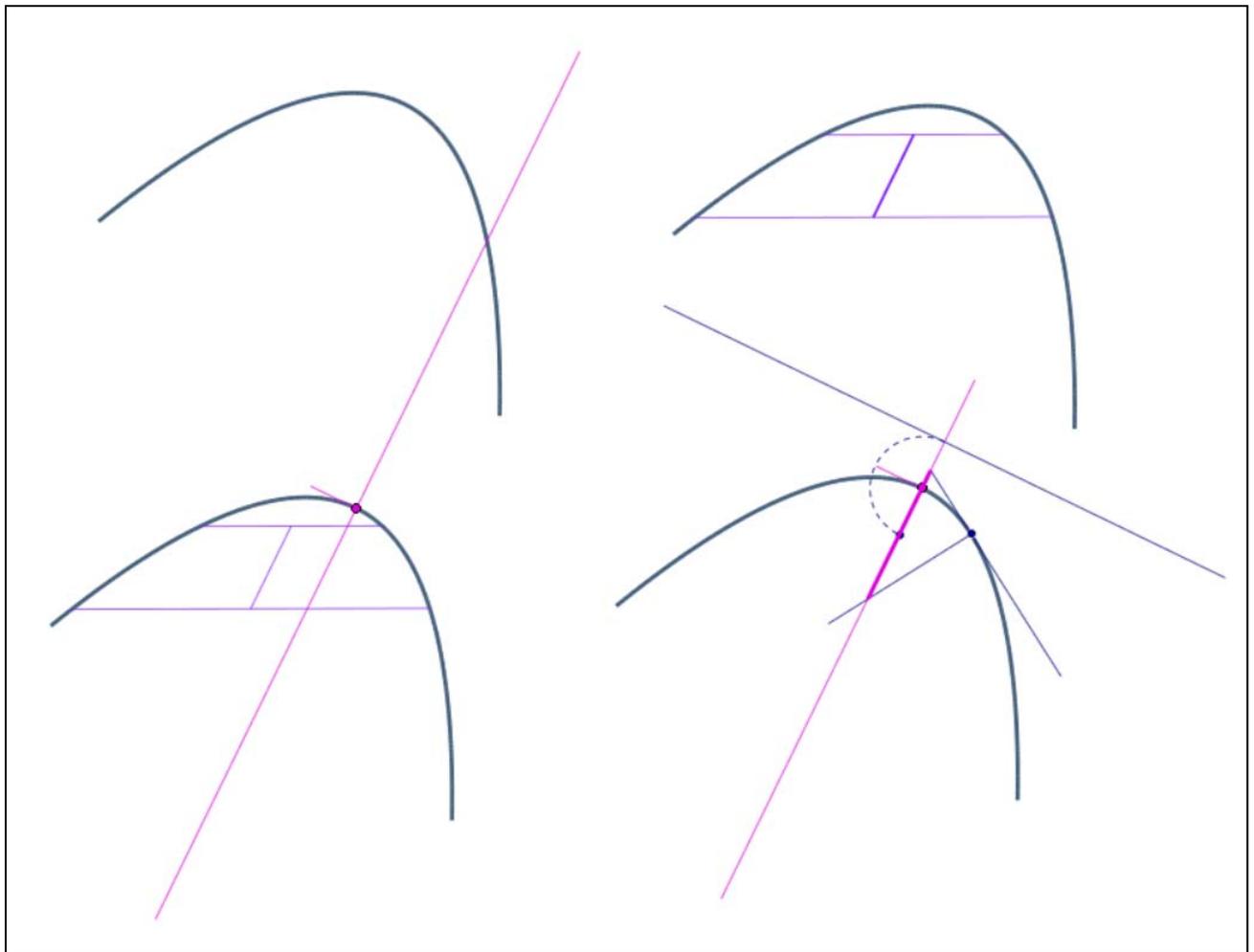
Il teorema di Dandelin nel caso della parabola e nel caso dell’iperbole

Concetti essenziali

1. Nel caso della parabola, non è possibile definire il luogo geometrico esclusivamente rispetto ai fuochi, perché il fuoco è unico. Si definisce allora il luogo geometrico rispetto al fuoco e alla direttrice, ricordando che i punti della curva sono equidistanti dal punto e dalla retta suddetti. L’eccentricità vale 1.
2. Nel caso dell’iperbole, si definisce la curva come luogo dei punti la differenza delle cui distanze dai fuochi è costante.
3. In tutti i casi (ellisse, parabola e iperbole) è opportuno considerare sempre le direttrici, che si ottengono come rette intersezione, con il piano di sezione cui appartiene la curva, dei piani cui appartengono i cerchi di contatto delle sfere al cono.
4. L’eccentricità dell’ellisse è minore di 1;
L’eccentricità della parabola è uguale a 1;
L’eccentricità dell’iperbole è maggiore di 1.

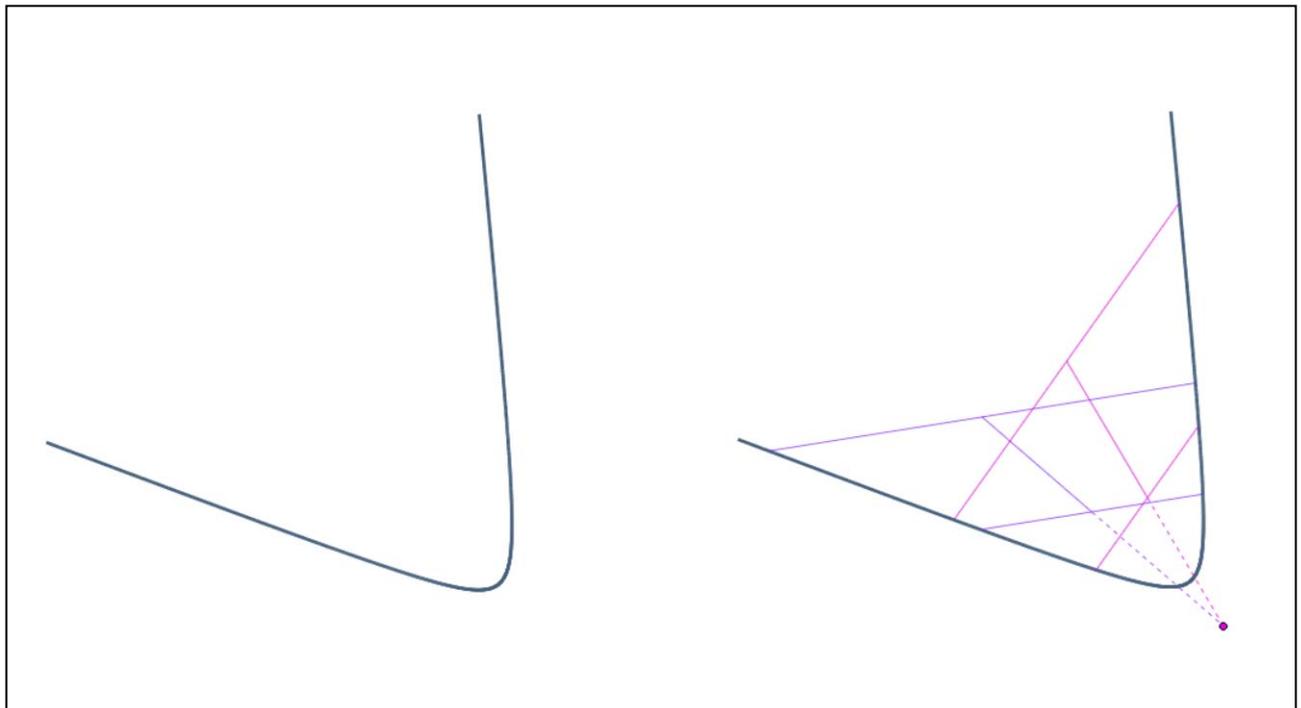


Costruzioni relative alla parabola

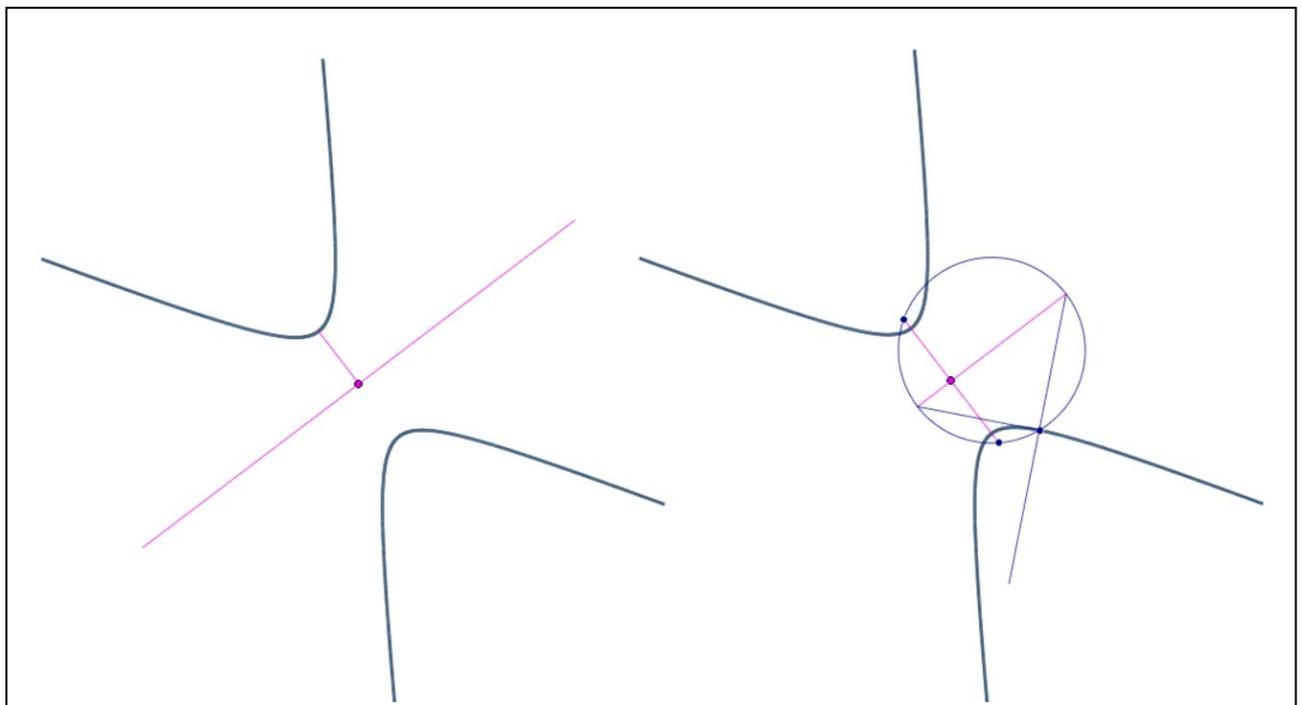


1. Data la curva (in alto a sinistra)
2. Si costruisce la direzione dell'asse come direzione del segmento che unisce i punti medi di due corde parallele (in alto a destra)
3. Si trova poi il vertice e l'asse (in basso a sinistra). Per costruire il vertice si conduce una retta perpendicolare al segmento prima trovato, tangente alla curva: il punto di tangenza è il vertice. Quindi si conduce per il vertice una retta parallela al segmento costruito nel passaggio precedente e questa è l'asse.
4. Per costruire il fuoco e la direttrice (in basso a sinistra) si conducono tangente e normale in un punto qualsiasi della curva: queste due rette staccano sull'asse della parabola un segmento il cui punto medio è il fuoco. La direttrice si costruisce trovando, sull'asse, il simmetrico del fuoco rispetto al vertice della curva e conducendo, per questo punto, una perpendicolare all'asse stesso.

Costruzioni relative all'iperbole

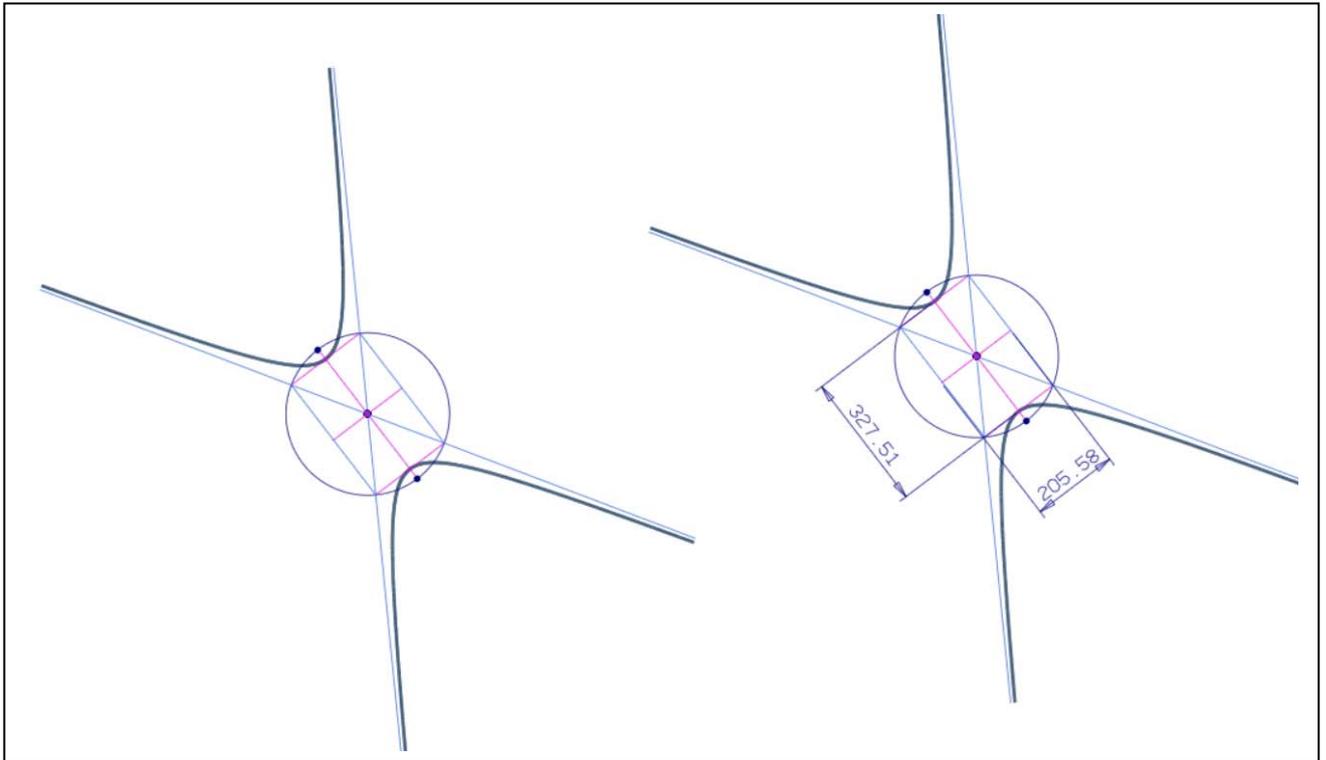


1. Data la curva (a sinistra),
2. Si costruisce il centro come punto intersezione delle rette che appartengono ai punti medi di due coppie di corde rispettivamente parallele (in viola e in fucsia, in figura).



3. Dal centro si conduce una perpendicolare alla curva (a sinistra) trovando così il vertice, un segmento che appartiene all'asse trasverso e un segmento che appartiene all'asse coniugato, che è perpendicolare al trasverso. Il secondo ramo della curva si costruisce per simmetria rispetto all'asse coniugato.
4. Si costruiscono poi la tangente e la normale in un punto qualsiasi della curva: queste due

rette staccano sull'asse coniugato un segmento che è diametro di un cerchio che taglia l'asse trasverso nei fuochi.



5. Per costruire gli asintoti della curva e trovare la misura degli assi, si traccia una circonferenza con centro nel centro e raggio la distanza del centro dai fuochi. In questa circonferenza si inscrive il rettangolo che ha due lati tangenti alla curva nei vertici e paralleli perciò all'asse coniugato e gli altri due paralleli all'asse trasverso. Le diagonali del suddetto rettangolo appartengono agli asintoti della curva (sopra, a sinistra).
6. Le misure degli assi sono date dagli assi del suddetto rettangolo (sopra, a destra).