

Cognome Nome N. matr.

In caso di ammissione, vorrei sostenere la prova teorica:

☐ 14–16 settembre;

☐ 21–23 settembre.

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = 3\sqrt{|x^2 - 4|} - x,$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

2. Posto

$$z = \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i},$$

calcolare z^{12} e determinare tutte le radici quarte di z^{12} , scrivendo i risultati sia in forma esponenziale che in forma cartesiana. Disegnare tali radici nel piano complesso.

3. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^1 x^2 \operatorname{arctg} x \, dx, \quad \int \frac{dx}{x(x^2 + 4)}.$$

4. Studiare la convergenza, assoluta e semplice, delle seguenti serie:

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k} + \log k}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-1)^k}{k 2^k} \quad (\text{al variare di } x \in \mathbb{R}).$$

5. Data

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 \operatorname{arctg} x + \sin(x^2) - \alpha x}{x} & \text{se } x < 0 \\ \beta x + 3 \cosh(\gamma x) & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

dire per quali valori dei parametri $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ essa verifica ciascuna delle seguenti proprietà:

- a) f è continua nell'origine;
- b) f è derivabile nell'origine;
- c) f ammette un minimo locale per $x = 1$.

Punteggi: **1:** 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 8 punti; **4:** 7 punti; **5:** 6 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti.