

Esonero di Fisica - Scienze Biologiche

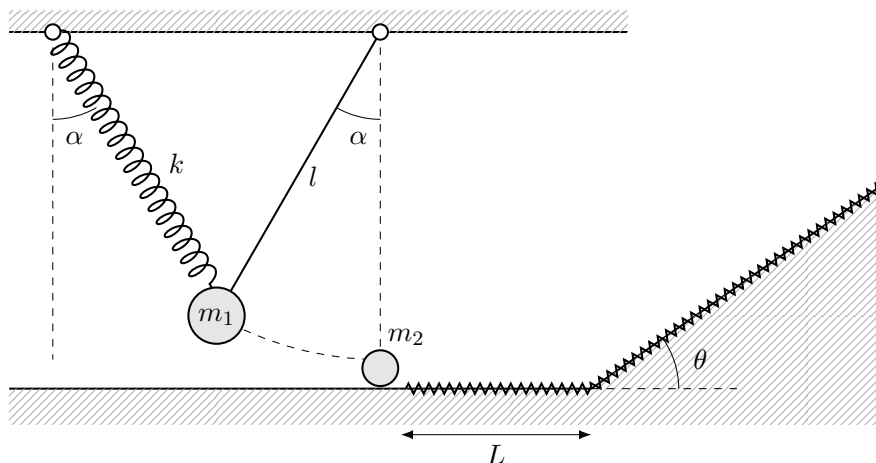
Naurang Saini, Marta De Luca, Roberto Maoli, Lorenzo Monacelli

Meccanica – Compito A

27 Aprile 2026

Esercizio 1

Una pallina di massa $m_1 = 2.50$ kg è attaccata al soffitto tramite una molla di lunghezza a riposo $l_0 = 2.00$ m e un filo di lunghezza $l = 5.65$ m come nella figura. Il filo forma un angolo $\alpha = 15^\circ$ con la verticale a destra, mentre la molla forma lo stesso angolo α con la verticale a sinistra. In verticale sotto il fulcro del pendolo, è presente una seconda massa $m_2 = 0.450$ kg posata su un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.400$ e dinamico $\mu_d = 0.180$). Il piano prosegue dritto per un tratto di lunghezza $L = 2.00$ m e poi sale verso l'alto con un'inclinazione di $\theta = 20^\circ$.



1. Calcolare la costante elastica della molla k e la tensione del filo T affinché il sistema si trovi in equilibrio.

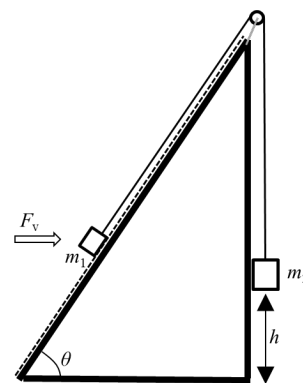
A un certo punto, la molla si spezza, e la massa m_1 inizia a oscillare, andando a urtare m_2 con un urto perfettamente elastico.

2. Calcolare la tensione della fune nell'istante precedente all'urto tra m_1 e m_2 .
3. Dove si trova m_2 dopo due ore di tempo? Indicare la posizione come coordinate x e y specificando opportunamente l'origine degli assi scelta.

Esercizio 2

Due corpi di massa $M_1 = 3.20$ kg ed $M_2 = 4.80$ kg sono collegati tra loro mediante una corda e una carrucola ideali (vedi figura). Il primo corpo è posto su un piano scabro inclinato di $\theta = 75^\circ$ rispetto all'orizzontale e con coefficiente di attrito statico e dinamico $\mu_s = 0.600$ e $\mu_d = 0.300$. Il secondo corpo è posto a un'altezza $h = 3.80$ m rispetto alla base del piano inclinato.

Un forte vento in direzione orizzontale verso destra esercita una forza $F_v = 52.0$ N solo sul primo corpo. In questa situazione il sistema è in equilibrio statico.



1. Calcolare il modulo della tensione T della corda e modulo e direzione della forza di attrito statico F_{AS} e verificare che il sistema sia effettivamente in equilibrio.
2. A un certo istante il vento smette di soffiare e il sistema incomincia a muoversi. Calcolare il valore dell'accelerazione a e il nuovo valore della tensione T' .
3. Calcolare per il corpo m_2 la velocità al momento dell'impatto con il suolo e il tempo impiegato.

Esonero di Fisica - Scienze Biologiche

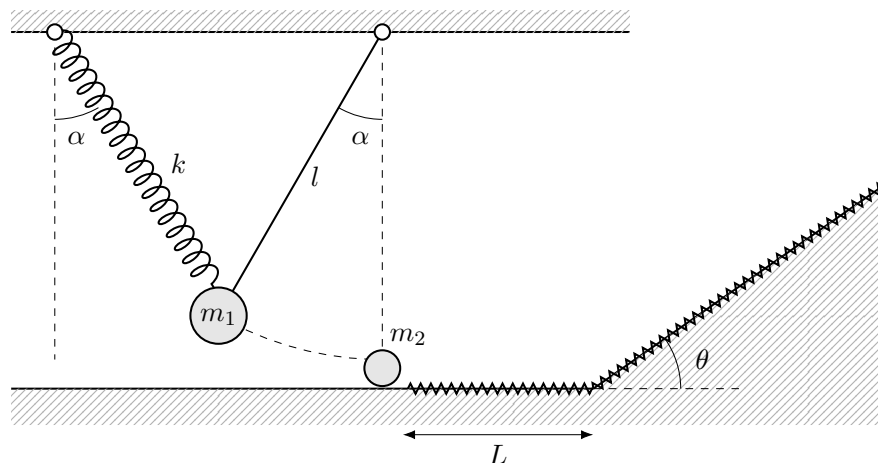
Naurang Saini, Marta De Luca, Roberto Maoli, Lorenzo Monacelli

Meccanica – Compito B

27 Aprile 2026

Esercizio 1

Una pallina di massa $m_1 = 3.00$ kg è attaccata al soffitto tramite una molla di lunghezza a riposo $l_0 = 2.00$ m e un filo di lunghezza $l = 6.00$ m come nella figura. Il filo forma un angolo $\alpha = 20^\circ$ con la verticale a destra, mentre la molla forma lo stesso angolo α con la verticale a sinistra. In verticale sotto il fulcro del pendolo, è presente una seconda massa $m_2 = 0.500$ kg posata su un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.450$ e dinamico $\mu_d = 0.200$). Il piano prosegue dritto per un tratto di lunghezza $L = 2.20$ m e poi sale verso l'alto con un'inclinazione di $\theta = 22^\circ$.



1. Calcolare la costante elastica della molla k e la tensione del filo T affinché il sistema si trovi in equilibrio.

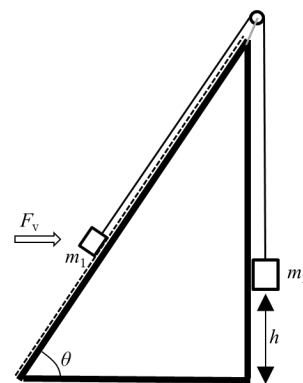
A un certo punto, la molla si spezza, e la massa m_1 inizia a oscillare, andando a urtare m_2 con un urto perfettamente elastico.

2. Calcolare la tensione della fune nell'istante precedente all'urto tra m_1 e m_2 .
3. Dove si trova m_2 dopo due ore di tempo? Indicare la posizione come coordinate x e y specificando opportunamente l'origine degli assi scelta.

Esercizio 2

Due corpi di massa $M_1 = 2.50$ kg ed $M_2 = 5.80$ kg sono collegati tra loro mediante una corda e una carrucola ideali (vedi figura). Il primo corpo è posto su un piano scabro inclinato di $\theta = 75^\circ$ rispetto all'orizzontale e con coefficiente di attrito statico e dinamico $\mu_s = 0.800$ e $\mu_d = 0.250$. Il secondo corpo è posto a un'altezza $h = 6.00$ m rispetto alla base del piano inclinato e non tocca il piano.

Un forte vento in direzione orizzontale verso destra esercita una forza $F_v = 60.0$ N solo sul primo corpo. In questa situazione il sistema è in equilibrio statico.



1. Calcolare il modulo della tensione T della corda e modulo e direzione della forza di attrito statico F_{AS} e verificare che il sistema sia effettivamente in equilibrio.
2. A un certo istante il vento smette di soffiare e il sistema incomincia a muoversi. Calcolare il valore dell'accelerazione a e il nuovo valore della tensione T' .
3. Calcolare per il corpo m_2 la velocità al momento dell'impatto con il suolo e il tempo impiegato.

Esonero di Fisica - Scienze Biologiche

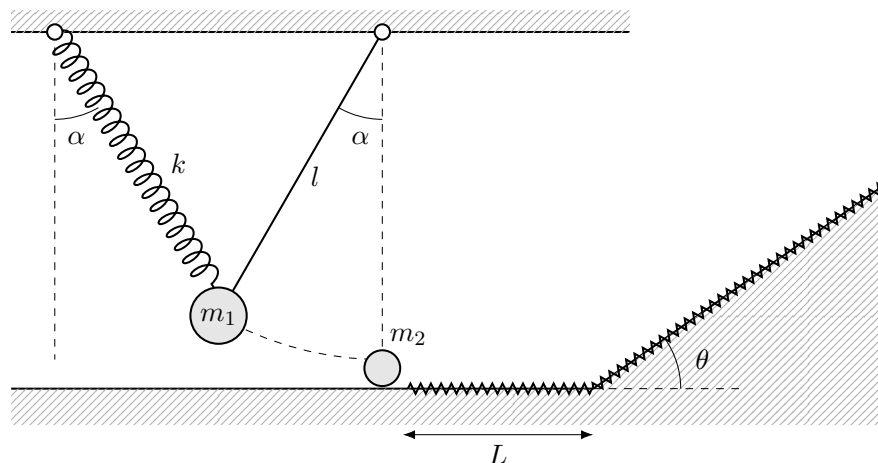
Naurang Saini, Marta De Luca, Roberto Maoli, Lorenzo Monacelli

Meccanica – Compito C

27 Aprile 2026

Esercizio 1

Una pallina di massa $m_1 = 2.50$ kg è attaccata al soffitto tramite una molla di lunghezza a riposo $l_0 = 2.00$ m e un filo di lunghezza $l = 5.65$ m come nella figura. Il filo forma un angolo $\alpha = 15^\circ$ con la verticale a destra, mentre la molla forma lo stesso angolo α con la verticale a sinistra. In verticale sotto il fulcro del pendolo, è presente una seconda massa $m_2 = 0.450$ kg posata su un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.400$ e dinamico $\mu_d = 0.180$). Il piano prosegue dritto per un tratto di lunghezza $L = 2.00$ m e poi sale verso l'alto con un'inclinazione di $\theta = 20^\circ$.



1. Calcolare la costante elastica della molla k e la tensione del filo T affinché il sistema si trovi in equilibrio.

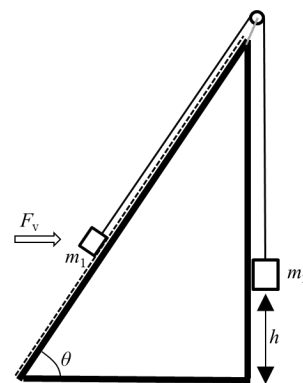
A un certo punto, la molla si spezza, e la massa m_1 inizia a oscillare, andando a urtare m_2 con un urto perfettamente elastico.

2. Calcolare la velocità con cui m_2 raggiunge l'inizio del piano inclinato.
3. Dove si trova m_2 dopo due ore di tempo? Indicare la posizione come coordinate x e y specificando opportunamente l'origine degli assi scelta.

Esercizio 2

Due corpi di massa $M_1 = 3.20$ kg ed $M_2 = 4.80$ kg sono collegati tra loro mediante una corda e una carrucola ideali (vedi figura). Il primo corpo è posto su un piano scabro inclinato di $\theta = 75^\circ$ rispetto all'orizzontale e con coefficiente di attrito statico e dinamico $\mu_s = 0.600$ e $\mu_d = 0.300$. Il secondo corpo è posto a un'altezza $h = 3.80$ m rispetto alla base del piano inclinato.

Un forte vento in direzione orizzontale verso destra esercita una forza $F_v = 52.0$ N solo sul primo corpo. In questa situazione il sistema è in equilibrio statico.



1. Calcolare il modulo della tensione T della corda e modulo e direzione della forza di attrito statico F_{AS} e verificare che il sistema sia effettivamente in equilibrio.
2. A un certo istante il vento smette di soffiare e il sistema incomincia a muoversi. Calcolare il valore dell'accelerazione a e il nuovo valore della tensione T' .
3. Calcolare per il corpo m_2 la velocità al momento dell'impatto con il suolo e il tempo impiegato.

Esonero di Fisica - Scienze Biologiche

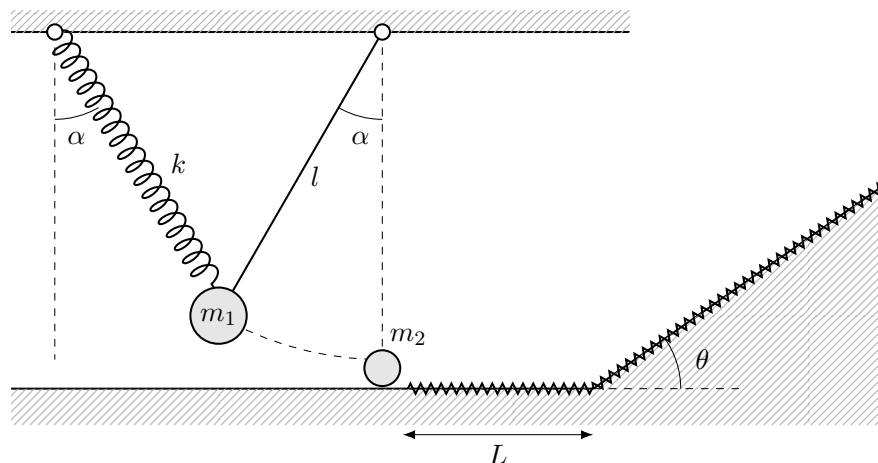
Naurang Saini, Marta De Luca, Roberto Maoli, Lorenzo Monacelli

Meccanica – Compito D

27 Aprile 2026

Esercizio 1

Una pallina di massa $m_1 = 3.00$ kg è attaccata al soffitto tramite una molla di lunghezza a riposo $l_0 = 2.00$ m e un filo di lunghezza $l = 6.00$ m come nella figura. Il filo forma un angolo $\alpha = 20^\circ$ con la verticale a destra, mentre la molla forma lo stesso angolo α con la verticale a sinistra. In verticale sotto il fulcro del pendolo, è presente una seconda massa $m_2 = 0.500$ kg posata su un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.450$ e dinamico $\mu_d = 0.200$). Il piano prosegue dritto per un tratto di lunghezza $L = 2.20$ m e poi sale verso l'alto con un'inclinazione di $\theta = 22^\circ$.



1. Calcolare la costante elastica della molla k e la tensione del filo T affinché il sistema si trovi in equilibrio.

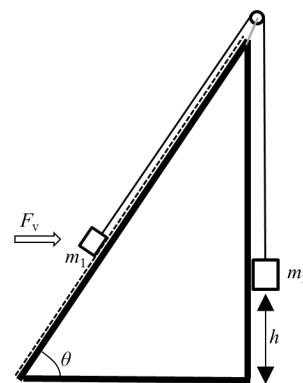
A un certo punto, la molla si spezza, e la massa m_1 inizia a oscillare, andando a urtare m_2 con un urto perfettamente elastico.

2. Calcolare la velocità con cui m_2 raggiunge l'inizio del piano inclinato.
3. Dove si trova m_2 dopo due ore di tempo? Indicare la posizione come coordinate x e y specificando opportunamente l'origine degli assi scelta.

Esercizio 2

Due corpi di massa $M_1 = 2.50$ kg ed $M_2 = 5.80$ kg sono collegati tra loro mediante una corda e una carrucola ideali (vedi figura). Il primo corpo è posto su un piano scabro inclinato di $\theta = 75^\circ$ rispetto all'orizzontale e con coefficiente di attrito statico e dinamico $\mu_s = 0.800$ e $\mu_d = 0.250$. Il secondo corpo è posto a un'altezza $h = 6.00$ m rispetto alla base del piano inclinato e non tocca il piano.

Un forte vento in direzione orizzontale verso destra esercita una forza $F_v = 60.0$ N solo sul primo corpo. In questa situazione il sistema è in equilibrio statico.



1. Calcolare il modulo della tensione T della corda e modulo e direzione della forza di attrito statico F_{AS} e verificare che il sistema sia effettivamente in equilibrio.
2. A un certo istante il vento smette di soffiare e il sistema incomincia a muoversi. Calcolare il valore dell'accelerazione a e il nuovo valore della tensione T' .
3. Calcolare per il corpo m_2 la velocità al momento dell'impatto con il suolo e il tempo impiegato.

Soluzioni

1 Esercizio 1

Costante elastica k e tensione T

Scegliamo assi cartesiani con x orizzontale (verso destra) e y verticale (verso l'alto). Sulla massa m_1 , in equilibrio, agiscono tre forze:

- peso: $\vec{P} = (0, -m_1g)$;
- forza elastica: la molla ha lunghezza a riposo l_0 , è inclinata di α rispetto alla verticale (verso destra). La sua lunghezza totale (distanza tra m_1 e il suo punto di sospensione) è l , quindi l'allungamento è $l - l_0$. La forza elastica tira m_1 verso sinistra e verso l'alto:

$$\vec{F}_e = k(l - l_0) \begin{pmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

- tensione del filo: diretta lungo il filo, da m_1 verso il fulcro a destra, quindi inclinata di α rispetto alla verticale (verso sinistra):

$$\vec{T} = T \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

Le equazioni di equilibrio $\sum \vec{F} = \vec{0}$ scomposte sugli assi sono:

$$x: -k(l - l_0) \sin \alpha + T \sin \alpha = 0, \quad (1)$$

$$y: k(l - l_0) \cos \alpha + T \cos \alpha - m_1g = 0. \quad (2)$$

Dalla (1), essendo $\alpha \neq 0$, si ottiene $T = k(l - L_0)$. Sostituendo in (2):

$$2k(l - l_0) \cos \alpha = m_1g \quad \implies \quad k = \frac{m_1g}{2(l - L_0) \cos \alpha}, \quad T = k(l - l_0) = \frac{m_1g}{2 \cos \alpha}.$$

Numericamente,

$$\boxed{k = 3.48 \text{ N m}^{-1} \text{ (A,C)}, 3.92 \text{ N m}^{-1} \text{ (B,D)}}, \quad \boxed{T = 12.7 \text{ N (A,C)}, 15.7 \text{ N (B,D)}}.$$

Tensione della fune

Per la conservazione dell'energia meccanica tra la configurazione iniziale e il fondo della traiettoria (dislivello $\Delta h = l(1 - \cos \alpha)$):

$$m_1g \Delta h = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} = 1.94 \text{ m s}^{-1} \text{ (A)}, 2.66 \text{ m s}^{-1} \text{ (B)}.$$

La tensione della fune nell'istante precedente all'urto (quando m_1 è nel punto più basso della traiettoria) è data dalla somma del peso e della forza centripeta:

$$\boxed{T_{\text{urto}} = m_1g + m_1 \frac{v_1^2}{l} = m_1g (3 - 2 \cos \alpha) = 26.2 \text{ N (A)}, 33.0 \text{ N (B)}}.$$

Velocità di m_2 all'inizio del piano inclinato

Al fondo della traiettoria m_1 si muove orizzontalmente; l'urto con m_2 (inizialmente ferma) è unidimensionale lungo l'orizzontale. Le formule standard dell'urto elastico 1D danno:

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = 3.29 \text{ m s}^{-1} \text{ (C)}, 4.57 \text{ m s}^{-1} \text{ (D)}$$

Dopo l'urto, m_2 scivola sul piano orizzontale scabro. La variazione di energia meccanica è pari al lavoro compiuto dalla forza di attrito. In questo caso, l'energia meccanica è tutta energia cinetica, poichè il corpo non guadagna né perde energia potenziale

$$\Delta E = L_{\text{diss}}$$

$$\frac{1}{2} m_2 (v_f^2 - v_2'^2) = -\mu_d m_2 g L$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{v_2'^2 - 2\mu_d g L} = 1.94 \text{ m s}^{-1} \text{ (C)}, 3.50 \text{ m s}^{-1} \text{ (D)}}.$$

1.1 Posizione di m_2 dopo 2 ore

Dopo aver raggiunto l'inizio del piano inclinato, m_2 inizia a salire, fin quando non si arresta. Nel momento in cui si arresta, entra in gioco l'attrito statico. Poichè $\mu_s > \tan \theta$, l'attrito statico è sufficiente a tenere in equilibrio il corpo per sempre. Per tanto, dopo due ore, il corpo si troverà fermo nel punto più alto raggiunto del piano inclinato. La variazione di energia meccanica è pari al lavoro della forza di attrito:

$$m_2gh - \frac{1}{2}m_2v_f^2 = -\mu_d m_2g \cos \theta \left(\frac{h}{\sin \theta} \right)$$

Dove $h/\sin \theta$ è la distanza percorsa sul piano inclinato.

$$hg \left(1 + \frac{\mu_d}{\tan \theta} \right) = \frac{1}{2}v_f^2$$
$$h = \frac{v_f^2 \tan \theta}{2g(\mu_d + \tan \theta)}$$

Scegliendo l'origine degli assi alla base del piano inclinato, con l'asse x orizzontale (verso destra) e l'asse y verticale (verso l'alto), la posizione della massa m_2 vale

$$x = \frac{h}{\tan \theta}, \quad y = h$$

$x = 0.355 \text{ m (A,C), } 1.03 \text{ m (B,D)}$	$y = 0.129 \text{ m (A,C), } 0.417 \text{ m (B,D)}$
--	---

2 Esercizio 2

1. Sul secondo corpo agiscono solo la forza peso e la tensione della corda. Essendo i corpi fermi si ha

$T = m_2g = 47.1 \text{ N (A,C), } 56.9 \text{ N (B,D)}$
--

Sul primo corpo agiscono la forza peso, la tensione, la forza del vento, la reazione vincolare e la forza di attrito statico. Prendendo l'asse x lungo il piano inclinato, in salita e scomponendo le forze rispetto ai due assi si ha:

$$\text{asse } y: N - m_1g \cos \theta - F_v \sin \theta = 0$$

$$\text{asse } x: T + F_v \cos \theta - m_1g \sin \theta - F_{AS} = 0$$

Risolviendo per F_{AS} e sostituendo il valore di T si ha:

$F_{AS} = g(m_2 - m_1 \sin \theta) + F_v \cos \theta = 30.2 \text{ N (A,C), } 48.7 \text{ N (B,D)}$

Per verificare che il sistema stia fermo, si deve confrontare questo valore con il valore massimo della forza di attrito statico:

$$F_{AS,max} = \mu_s N = \mu_s(m_1g \cos \theta + F_v \sin \theta) = 35.0 \text{ N (A), } 51.4 \text{ N (B)}$$

Essendo $F_{AS} < F_{AS,max}$ l'attrito statico riesce a mantenere in equilibrio il sistema.

2. Quando il vento cessa di agire, si possono rifare i calcoli del punto precedente con $F_v = 0$. In questo caso si ha:

$$F_{AS} = g(m_2 - m_1 \sin \theta) = 16.8 \text{ N (A), } 33.2 \text{ N (B)}$$

$$F_{AS,max} = \mu_s N = \mu_s m_1g \cos \theta = 4.88 \text{ N (A,C), } 5.08 \text{ N (B,D)}$$

Essendo $F_{AS} > F_{AS,max}$ l'attrito statico non può fornire il contributo necessario a tenere fermo il sistema e quindi i due corpi inizieranno a muoversi. Prendendo gli assi del moto per i due corpi in modo da avere la stessa direzione e verso per le due accelerazioni ($a_1 = a_2 = a$) si hanno le seguenti equazioni

$$N - m_1g \cos \theta = 0$$

$$T' - m_1g(\sin \theta + \mu_d \cos \theta) = m_1a$$

$$m_2g - T' = m_2a$$

Dalle ultime due equazioni si possono trovare i valori dell'accelerazione e della tensione:

$$a = \frac{m_2 - m_1(\sin \theta + \mu_d \cos \theta)}{m_1 + m_2} g = 1.79 \text{ m/s}^2 \text{ (A,C)}, 3.81 \text{ m/s}^2 \text{ (B,D)}$$

$$T' = m_2(g - a) = 38.5 \text{ N (A,C)}, 34.8 \text{ N (B,D)}$$

3. I due corpi si muovono di moto uniformemente accelerato e si può calcolare la velocità usando la formula che collega tra loro velocità, accelerazione e spazio percorso:

$$v_f^2 = 2ah \quad \implies \quad v_f = \sqrt{2ah} = 3.69 \text{ m/s (A)}, 6.76 \text{ m/s (B)}$$

Dalla velocità si può trovare il tempo impiegato:

$$t = \frac{v_f}{a} = 2.06 \text{ s (A,C)}, 1.77 \text{ s (B,D)}$$

È importante notare che, se si volesse applicare la conservazione dell'energia, occorre considerare sia il corpo sospeso in verticale che scende, perdendo energia potenziale della forza peso, che il corpo trascinato sul piano inclinato, che invece guadagna energia potenziale. Poichè il secondo corpo è soggetto ad attrito, occorre anche tener conto del lavoro della forza di attrito:

$$E_f - E_i = L_{\text{att}}$$

L'energia finale è cinetica per i due corpi, e bisogna considerare il guadagno di energia potenziale del corpo sul piano inclinato, che sale di $h' = h \sin \theta$ (percorre sul piano una distanza pari a h), mentre l'energia iniziale è solo energia potenziale del corpo m_2 .

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 + m_1gh' - m_2gh = -\mu_d m_1 g \cos \theta h$$

Da cui ricaviamo

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 + m_1gh \sin \theta - m_2gh = -\mu_d m_1 g \cos \theta h$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 = gh(m_2 - m_1 \sin \theta - \mu_d m_1 \cos \theta)$$

$$v_f = \sqrt{2gh \frac{m_2 - m_1 \sin \theta - \mu_d m_1 \cos \theta}{m_1 + m_2}}$$

Che, riconoscendo l'espressione di a trovata nel punto precedente, coincide con il risultato atteso

$$v_f = \sqrt{2ah}$$