

Esame Scritto di Fisica - Scienze Biologiche

Mauro Raggi, Marta De Luca, Roberto Maoli, Lorenzo Monacelli

18 Febbraio 2026

Esercizio 1

La massa $m_1 = 1.25$ kg si trova nel punto A, lungo un piano inclinato liscio e con angoli non noti, ad una altezza $h = 170$ cm da terra, come rappresentato in figura. La massa è inizialmente all'equilibrio, essendo attaccata ad una molla di costante elastica $k = 250$ N/m alla massima compressione Δx e trattenuta da un fermo alla base della pallina. All'istante $t = 0$ s il fermo viene rimosso e la molla viene lasciata libera, la pallina scende quindi lungo il piano, poi arriva nel punto B a terra, e percorre una distanza $d = BC = 2.70$ m lungo un piano orizzontale scabro, con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.350$. Poi la pallina arriva ad un punto C, dove urta elasticamente una pallina di massa $m_2 = 2m_1$ che si trova ferma, agganciata ad un filo ideale di lunghezza $L = 164$ cm. Calcolare:

1. La velocità di m_1 appena arriva nel punto B e la massima compressione della molla, sapendo che la velocità di m_1 nel punto C subito prima dell'urto è 7.00 m/s.
2. Modulo, direzione e verso delle velocità delle due masse subito dopo l'urto.
3. L'ampiezza massima di oscillazione θ_{max} di m_2 .



Esercizio 2

Una bombola di azoto (N_2) gassoso si trova in equilibrio termico a temperatura ambiente, alla pressione di 100 atm, in un volume di 1.50 litri. Il peso atomico dell'azoto vale 14.0 uma.

1. Quanto pesa il gas contenuto nella bombola?

La bombola viene fatta sfiatare nell'ambiente esterno (temperatura 300 K e pressione atmosferica) fino a quando il gas non cessa di uscire.

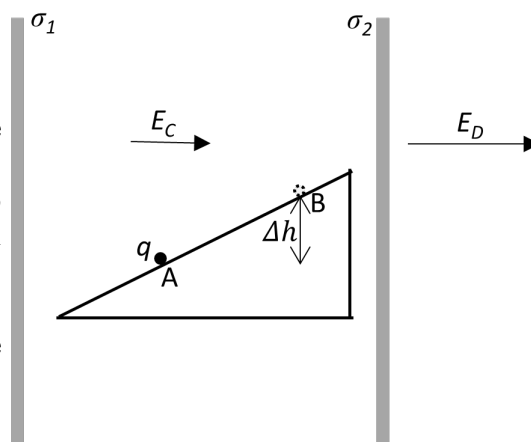
2. Assumendo che non entri aria dall'esterno, all'equilibrio, quante moli di azoto sono rimaste nella bombola?
3. Qual è il lavoro svolto dal gas per uscire dalla bombola?
4. Qual è il calore scambiato dal gas con l'ambiente esterno nel momento in cui tutto il sistema ha raggiunto nuovamente l'equilibrio?

Esercizio 3

Su un piano senza attrito inclinato di un angolo $\alpha = 30.0^\circ$ rispetto all'orizzontale un corpo di massa $m = 7.00 \cdot 10^{-6}$ kg e carica q si trova fermo e in equilibrio nella posizione A.

Sul corpo, oltre alla forza peso, agisce anche un campo elettrico costante e orizzontale diretto verso destra (si veda la figura) di modulo $E_C = 320$ V/m.

Questo campo è prodotto da due lamine infinite verticali, cariche positivamente, rispettivamente con densità σ_1 e σ_2 , poste una a sinistra e l'altra a destra del piano inclinato.



1. Calcolare il valore della carica q .
2. Calcolare le densità di carica σ_1 e σ_2 delle due lamine sapendo che il campo elettrico totale a destra di σ_2 è diretto sempre verso destra e in modulo vale $E_D = 570$ V/m.
3. Calcolare la differenza di energia potenziale $U(A) - U(B)$ della carica q tra la posizione di equilibrio A e la posizione B in cui la carica si trova spostata verso l'alto di una quota $\Delta h = 1.60$ m.

Soluzioni

Soluzione Esercizio 1

- 1) Non essendo nota la forza che trattiene ferma la pallina, non si può applicare il bilanciamento delle forze all'equilibrio. Non sono noti neanche l'angolo e la distanza AB. Conviene utilizzare un approccio energetico, considerando come istante iniziale $t=0$ s, e imponendo che la variazione di energia meccanica di m_1 tra B e C sia pari al lavoro dell'attrito e che l'energia meccanica si conservi tra A e B:

$$\frac{1}{2} m_1 v_C^2 - \frac{1}{2} m_1 v_B^2 = -\mu_d m_1 g d$$
$$v_B = [v_C^2 + 2 \mu_d g d]^{1/2} = 8.22 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2} k \Delta x^2 + m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 v_B^2$$
$$\Delta x = [(m_1 v_B^2 - 2 m_1 g h)/k]^{1/2} = 0.414 \text{ m}$$

- 2) L'urto è elastico con:

$$v_1 = +v_C$$

$$v_2 = 0$$

$$m_1 = M$$

$$m_2 = 2 M$$

$$v_1' = [2 m_2 v_2 + v_1 (m_1 - m_2)]/(m_1 + m_2) = -v_C M/3M = -v_C/3 = -2.33 \text{ m/s}$$

$$v_2' = [2 m_1 v_1 + v_2 (m_2 - m_1)]/(m_1 + m_2) = 2 M v_C/3M = 2 v_C/3 = 4.66 \text{ m/s}$$

la direzione è lungo il piano orizzontale, il verso è verso sinistra per m_1 , verso destra per m_2 , e prosegue poi il suo moto circolare, agganciata al filo.

3)

La massa m_2 raggiunge l'altezza massima quando tutta la sua energia cinetica si trasforma in energia potenziale, essendo la massa ferma nel punto di massima altezza:

$$\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = m_2 g h_{\max}$$

$$h_{\max} = v_2'^2/(2g) = 1.11 \text{ m}$$

$$\cos \theta_{\max} = (L - h_{\max})/L = 0.323$$

$$\theta_{\max} = 71.1^\circ$$

Soluzione Esercizio 2

1. **Calcolo della massa del gas:** L'azoto gassoso (N_2) è una molecola biatomica, quindi il suo peso molecolare è $M = 2 \times 14.0 = 28.0 \text{ g/mol}$. Assumendo la temperatura ambiente pari a $T = 300 \text{ K}$, usiamo l'equazione di stato dei gas perfetti per calcolare il numero di moli iniziali n_i :

$$n_i = \frac{P_i V_b}{RT} = \frac{100 \text{ atm} \cdot 1.50 \text{ L}}{0.0821 \frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}} \simeq 6.09 \text{ mol}$$

La massa totale del gas contenuta nella bombola è pertanto:

$$m = n_i \cdot M = 6.09 \text{ mol} \cdot 28.0 \text{ g/mol} \simeq 170.5 \text{ g}$$

2. **Moli di azoto nella bombola:** Lo stato finale del gas all'equilibrio si trova alla pressione atmosferica $P_f = 1 \text{ atm}$ e temperatura atmosferica, da cui segue che il numero finali di moli sia

$$n_f = \frac{1 \cdot 1.50}{0.0821 \cdot 300} \simeq 0.061 \text{ mol}$$

3. **Lavoro svolto dal gas:** Il gas espande in modo irreversibile contro la pressione esterna costante dell'atmosfera ($P_{ext} = 1 \text{ atm}$). Il volume finale V_f che tutte le 6.09 moli di gas occuperebbero se fossero a $T = 300 \text{ K}$ e $P = 1 \text{ atm}$ è:

$$V_f = \frac{n_i RT}{P_{ext}} = \frac{6.09 \cdot 0.0821 \cdot 300}{1} = 150 \text{ L}$$

Il lavoro di espansione W contro una pressione esterna costante si calcola come:

$$W = P_{ext}(V_f - V_i) = 1 \text{ atm} \cdot (150 \text{ L} - 1.50 \text{ L}) = 148.5 \text{ L} \cdot \text{atm}$$

Convertendo il risultato nel Sistema Internazionale ($1 \text{ L} \cdot \text{atm} \simeq 101.325 \text{ J}$):

$$W = 148.5 \cdot 101.325 \simeq 15047 \text{ J} \simeq 15.0 \text{ kJ}$$

4. **Calore scambiato con l'ambiente:** Poiché lo stato iniziale e lo stato di equilibrio finale si trovano alla stessa temperatura ($T_i = T_f = 300 \text{ K}$), per l'intero sistema gassoso la variazione di energia interna totale è nulla ($\Delta U = 0$). Applicando il Primo Principio della Termodinamica ($\Delta U = Q - W$):

$$0 = Q - W \implies Q = W = 15.0 \text{ kJ}$$

Il gas ha un bilancio termico positivo: **assorbe** 15.0 kJ di calore dall'ambiente esterno per compensare il drastico raffreddamento subito durante l'espansione adiabatica iniziale e tornare all'equilibrio termico.

Soluzione Esercizio 3

1. Lungo il piano inclinato la forza elettrostatica e quella gravitazionale si controbilanciano

$$qE_c \cos \alpha = mg \sin \alpha$$

$$q = \frac{mg \sin \alpha}{E_c \cos \alpha} = 1.24 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

2. Nella parte centrale i campi prodotti dalle due lamine sono diretti in direzioni opposte mentre nella parte di destra hanno la stessa direzione. In particolare si ha:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2\varepsilon_0 E_C$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 2\varepsilon_0 E_D$$

e quindi:

$$\sigma_1 = \varepsilon_0(E_D + E_C) = 7.88 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_0(E_D - E_C) = 2.21 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

3. La risposta più immediata si ottiene osservando che in tutto il piano inclinato le componenti nella direzione del moto delle due forze, entrambe conservative, si controbilanciano. Di conseguenza il piano è una superficie equipotenziale e tutti i punti sono punti di equilibrio indifferente. La differenza di energia potenziale è quindi nulla.

Si può anche calcolare esplicitamente la differenza di energia potenziale:

$$U_A - U_B = -mg\Delta h + qE_C \frac{\Delta h}{\tan \alpha} = -1.10 \cdot 10^{-4} + 1.10 \cdot 10^{-4} = 0 \text{ J}$$