

Cognome ..... Nome ..... N. matr. ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

☐ 19–20 gennaio; ☐ 21–23 gennaio; ☐ 27–30 gennaio; ☐ 4–6 febbraio; ☐ in un appello successivo.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.

2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.

3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = e^{-2x} \sqrt[3]{x-3},$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ .

2. a) Risolvere l'equazione

$$2z - z^2 + 1 = z\bar{z};$$

b) posto

$$w = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2i},$$

calcolare  $w^{2026}$ .

3. Calcolare l'integrale

$$\int \log(-2x^2 + x + 1) dx.$$

Successivamente, calcolare l'area dell'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq \log(-2x^2 + x + 1)\}.$$

4. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{(x+a)(x+b)(x+c)} - x \right) \quad (a, b, c \in \mathbb{R}), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sinh x)^2 - \sinh(x^2)}{x^\alpha} \quad (\alpha > 0).$$

5. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x \sinh x}{1 - \cos x},$$

dire se è estendibile nei punti in cui non è definita in modo che sia ivi continua e/o derivabile.

**Punteggi:** **1:** 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 8 (6+2) punti; **4:** 7 punti; **5:** 6 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti.

Cognome ..... Nome ..... N. matr. ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

☐ 19–20 gennaio; ☐ 21–23 gennaio; ☐ 27–30 gennaio; ☐ 4–6 febbraio; ☐ in un appello successivo.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.

2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.

3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = e^{2x} \sqrt[3]{x+4},$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ .

2. a) Risolvere l'equazione

$$2iz + z^2 = |z|^2 - 1;$$

b) posto

$$w = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2i},$$

calcolare  $w^{2026}$ .

3. Calcolare l'integrale

$$\int \log(-3x^2 + 2x + 1) dx.$$

Successivamente, calcolare l'area dell'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq \log(-3x^2 + 2x + 1)\}.$$

4. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{(x-a)(x-b)(x-c)} - x \right) \quad (a, b, c \in \mathbb{R}), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^2) - (\sin x)^2}{x^\alpha} \quad (\alpha > 0).$$

5. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sinh(x^2)}{1 - \cos x},$$

dire se è estendibile nei punti in cui non è definita in modo che sia ivi continua e/o derivabile.

**Punteggi:** **1:** 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 8 (6+2) punti; **4:** 7 punti; **5:** 6 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti.