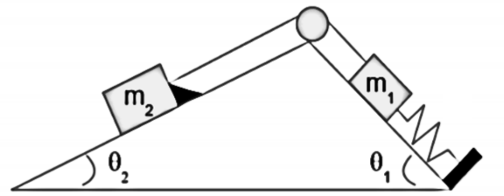
Esame Scritto di Fisica- Scienze Biologiche, 05/11/2025 (APPELLO STRAORDINARIO)

Mauro Raggi, Marta De Luca, Roberto Maoli, Lorenzo Monacelli

Esercizio 1



Su un doppio piano inclinato senza attrito avente inclinazione ϑ_1 = 60.0°e ϑ_2 = 30.0° giacciono due masse m_1 = 350 g e m_2 = 850 g disposte come in figura. Esse sono collegate mediante una carrucola con una fune inestensibile, di massa trascurabile, e inizialmente tutto è fermo. m_1 è collegata a una molla di costante elastica k = 105 N/m allungata di un tratto Δx = 12.5 cm rispetto alla sua posizione di riposo. m_2 è tenuta bloccata tramite un fermo, senza il quale tenderebbe a salire in alto. All'istante t = 0 il fermo viene rimosso e il sistema si mette in moto; cambiano quindi i valori di tensione della fune e lo stato della molla. Determinare:

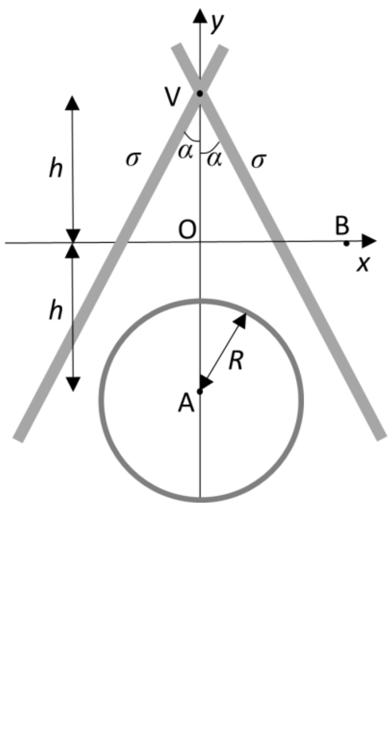
1) all'equilibrio, la tensione T del filo e la forza F applicata dal fermo a m_2
2) l'accelerazione del sistema immediatamente dopo che il fermo è stato rimosso e la molla è ancora nella posizione di prima
3) di quanto è salita in quota m_2 lungo il piano inclinato nel momento in cui la molla è allungata la metà di prima

Esercizio 2

Un cilindro con pareti adiabatiche è chiuso da un pistone mobile adiabatico e contiene al suo interno n = 5.00 moli di gas O_2 a 300 K, inizialmente in equilibrio. All'interno del cilindro è presente una resistenza che scalda il gas molto lentamente, fornendo un calore totale pari a 4.00 kJ. All'esterno è presente l'aria a temperatura e pressione ambienti (300 K, 1.00 atm). Determinare:

1) Il volume iniziale occupato dal gas.
2) Il tipo di trasformazione che il gas subisce quando viene scaldato dalla resistenza.
3) Lo stato finale del gas (pressione, temperatura e volume).

Esercizio 3



Si consideri la distribuzione di cariche in figura costituita da due lamine infinite inclinate ognuna di un angolo α = 30.0° rispetto all'asse y, con densità di carica $\sigma = 8.20 \cdot 10^{-8}$ C/m^2 e da un guscio sferico, omogeneamente carico, di raggio R = 22.0 cm. Le due lamine si incrociano nel punto V = (0, h) mentre il guscio ha centro nel punto A = (0, -h) con h = 35.0 cm.

1) Calcolare la carica totale Q del guscio sapendo che il campo elettrico totale nel punto O = (0, 0) è nullo.
2) Calcolare le componenti del campo elettrico totale nei punti A e B, dove B ha coordinate (h, 0).
3) Calcolare la velocità nel punto O di una particella di massa $m = 1.40 \cdot 10^{-6}$ kg e carica $q = -2.20 \cdot 10^{-9}$ C che parte da ferma dal punto A.

Soluzione Esercizio 1

1) F è diretta in basso parallelamente al piano inclinato di sinistra. All'equilibrio si ha:

$k\ \Delta x + m_1\ g \sin\theta_1 - T = 0$
$m_2\ g \sin\theta_2 + F - T = 0$

$T = k\ \Delta x + m_1\ g \sin\theta_1 = 16.1$ N
$F = T - m_2\ g \sin\theta_2 = 11.9$ N

2) F=0 e le due masse si muoveranno con la stessa accelerazione a, che assumeremo positiva per il moto della massa 2 in alto e 1 in basso; se verrà negativa vorrà dire che il moto avviene in senso opposto

$k\ \Delta x + m_1\ g \sin\theta_1 - T' = m_1\ a$
$T' - m_2\ g \sin\theta_2 = m_2\ a$

$k\ \Delta x + m_1\ g \sin\theta_1 - m_2\ g \sin\theta_2 = (m_1 + m_2)\ a$
$a = (k\ \Delta x + m_1\ g \sin\theta_1 - m_2\ g \sin\theta_2)/(m_1 + m_2) = (16.1 - 4.2)/(m_1 + m_2) = 9.9\ m/s^2$

3) la molla è passata da essere allungata Δx a essere allungata $\Delta x/2$, quindi m_1 si è mossa verso il basso lungo il piano inclinato di $\Delta x/2$; essendo la fune ancora in tensione, necessariamente anche la massa 2 si sarà spostata in alto di $\Delta x/2 = 6.25$ cm; la quota si calcola come $\Delta h = \Delta x/2 \sin\theta_2 = 3.13$ cm

Soluzione esercizio 2

1) Il volume può essere trovato usando la prima legge dei gas perfetti:

   $P\ V = nRT \qquad V = nRT/P = 0.123$ m3

2) Il gas subisce un'espansione isobara reversibile. È isobara perché la pressione esterna è costante e uguale alla pressione atmosferica; è reversibile perché il gas viene scaldato lentamente, consentendo al sistema di mantenere lo stato di equilibrio durante tutta la trasformazione.
3) Per determinare lo stato finale del gas occorre usare il primo principio della termodinamica:

   $\Delta U = Q - L$

   Q è il calore assorbito dal gas, in questo caso 4.00 kJ, mentre L è il lavoro svolto dal gas verso l'esterno. Per questa trasformazione, il gas assorbe calore e compie lavoro espandendosi, pertanto sia Q che L sono positivi. In una trasformazione isobara abbiamo che $L = P\Delta V$

$\Delta U = Q - P\,\Delta V$

L'energia interna vale $\Delta U = ncv\,\Delta T$; con $cv = 5/2R$ (O_2 e` un gas biatomico)

$n\,cv\,\Delta T = Q - P\Delta V$

Applichiamo la prima legge dei gas perfetti per le isobare

$P\Delta V = nR\,\Delta T$

Che possiamo sostituire nella prima legge della termodinamica

$n\,cv\,\Delta T = Q - nR\,\Delta T$

$\Delta T\,(n\,5/2\,R + nR) = Q$

Da cui ricaviamo la temperatura finale

$\Delta T = 2Q / (7\,nR) = 27.5$ K $\qquad$ $T2 = 327.5$ K

In alternativa, possiamo direttamente usare la relazione dell'isobara per trovare la temperatura finale:

$Q = n\,cp\,\Delta T$ $\quad$ con $cp = cv + R = 7/2\,R$

Da cui ricaviamo $\Delta T = Q / (n\,cp)$; in accordo con quanto trovato applicando l'equazione di stato dei gas e il primo principio.

La pressione finale rimane quella atmosferica $P2 = 1.00$ atm

Applicando ora la legge dei gas otteniamo il volume finale

$V2 = nR\,T2 / P2 = 0.134$ m^3

Soluzione esercizio 3

1) Nel punto O le componenti x delle due lamine si controbilanciano. Rimangono le componenti y, che sono uguali e dirette verso il basso. Il campo elettrico del guscio è diretto lungo l'asse y, per cui si ha:

$$E_{y,tot} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{h^2} - 2\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sin 30° = 0$$

$$Q = 4\pi h^2 \sigma \sin 30° = 6.31 \cdot 10^{-8} \quad \mathrm{C}$$

2) Nel punto A, il contributo del guscio sferico è nullo, le componenti x delle due lamine si controbilanciano mentre le componenti y sono le stesse del punto O.

$$E_A = \left(0, -2\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sin 30°\right) = (0, -4.63 \cdot 10^3) \quad \text{V/m}$$

Nel punto B le componenti y delle due lamine si controbilanciano mentre le componenti x sono uguali e valgono $E_{B,x,\sigma} = 2\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cos 30° = 8.02 \cdot 10^3 \quad \text{V/m}$; il campo elettrico del guscio è inclinato di 45° verso destra e verso l'alto, per cui si ha: $E_{B,x,Q} = E_{B,y,Q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(h\sqrt{2})^2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 1.64 \cdot 10^3 \quad \text{V/m}$

Mettendo insieme questi risultati si ha:

$$E_B = (9.66 \cdot 10^3, \cdot 1.64 \cdot 10^3) \ \text{V/m}$$

3) Imponendo la conservazione dell'energia meccanica si ha $v_O = \sqrt{\frac{2q}{m}(V_A - V_O)}$.

Calcolando separatamente i contributi delle due lamine e del guscio, si ha:

$$(V_A - V_O)_\sigma = -2\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(2h\sin 30° - h\sin 30°) = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}h\sin 30° = -1.62 \cdot 10^3 \quad \text{V}$$

$$(V_A - V_O)_Q = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{h}\right) = 0.96 \cdot 10^3 \quad \text{V}$$

Sommando i contributi alla differenza di potenziale, si ha:

$$v_O = \sqrt{\frac{2 \cdot 2.2 \cdot 10^{-9}}{1.4 \cdot 10^{-6}} \cdot 0.66 \cdot 10^3} = 1.44 \quad \text{m/s}$$