

Calcolo delle probabilità di errore e della potenza del test: simulazione

$X_i|\theta \sim N(0, \theta)$, iid. Considerare il test delle ipotesi $H_0 : \theta = 5$ vs. $H_1 : \theta = 4$ assumendo, $n = 20$. Calcolare la probabilità $\alpha = \mathbb{P}_{\theta_0}[R]$ di errore di primo tipo e la potenza $1 - \beta = \mathbb{P}_{\theta_1}[R]$ del test basato sulla regione di rifiuto

$$R = \{\mathbf{z}_n : S_n^2 < k = 3.8\}$$

dove S_n^2 indica la varianza campionaria corretta.

```
# Valori da fissare
th0=5
th1=4
n=20
k=3.8
M=100000      # (numero di simulazioni)

# Per il calcolo di alpha: simulazione sotto H0
x.mc.H0=rnorm(n*M,mean=0,sd=sqrt(th0))
x.mc.H0=matrix(x.mc.H0,M,n)
S2.H0=apply(x.mc.H0,1,var)
prob.err.tipo1=mean(S2.H0<k)
prob.err.tipo1      # alpha
# RIS  alpha=0.24

# Per il calcolo di beta e 1-beta: simulazione sotto H1
x.mc.H1=rnorm(n*M,mean=0,sd=sqrt(th1))
x.mc.H1=matrix(x.mc.H1,M,n)
S2.H1=apply(x.mc.H1,1,var)
prob.err.tipo2=mean(S2.H1>k)
prob.err.tipo2      # beta
potenza=1-prob.err.tipo2
potenza      # 1-beta
# RIS  beta=0.52      1-beta=0.48
```