

Name, Personal Code (Matricola): \_\_\_\_\_

1. Sia  $\mathbf{X}_n = (X_1, \dots, X_n)$  un campione i.i.d. da  $\text{Unif}[0.8\theta, 1.2\theta]$ ,  $\theta > 0$ ,  $k \in (0, 1)$ .

Per il parametro incognito  $\theta$ , considerare lo stimatore

$$\hat{\theta}_A = \frac{X_{(1)} + X_{(n)}}{2}.$$

Fissare  $n = 10$ ,  $M=10000$ . Utilizzare il metodo di monte carlo per calcolare le seguenti quantità, ipotizzando che  $\theta^* = 3$ :

(a)  $\mathbb{E}[\hat{\theta}_A] =$

(b)  $\mathbb{P}[\hat{\theta}_A > 2.95] =$

(c)  $\text{MSE}(\hat{\theta}_A) =$

- (d) Scrivere il codice R utilizzato per rispondere ai quesiti.

2. Con riferimento al modello e alle condizioni del precedente esercizio, si consideri il seguente intervallo di confidenza

$$\left( \frac{\hat{\theta}_A}{q_2}, \frac{\hat{\theta}_A}{q_1} \right),$$

dove  $q_1 = 0.97$  e  $q_2 = 1.02$ . Calcolare la probabilità di copertura dell'intervallo proposto.

(a) Copertura =

- (b) Scrivere il codice R per rispondere al quesito.

3. Sia  $\mathbf{X}_n = (X_1, \dots, X_n)$  un campione i.i.d. da  $EN(\theta)$  di dimensione  $n = 30$  ( $\theta$  è parametro **rate**). Si consideri il sistema di ipotesi

$$H_0 : \theta = 1 \quad H_1 : \theta = 2.$$

Si consideri la regione di rifiuto del test

$$R = \{\mathbf{x}_n \in \mathcal{X}^n : W(\mathbf{x}_n) > 1.3\},$$

dove

$$W(\mathbf{X}_n) = \frac{1}{\bar{X}_n}$$

Calcolare:

- (a) probabilità di errore di I tipo;
- (b) Scrivere il codice R per rispondere ai quesiti.

4. Sia  $\mathbf{X}_n = (X_1, \dots, X_n)$  un campione i.i.d. da  $N(\theta, \sigma^2 = 2)$  (varianza INCOGNITA). Si consideri il seguente campione di dati osservati:

$$\mathbf{x}_n = (4.85, 1.04, 4.80, 3.26, 4.06, 3.84, 1.61, 2.61, 1.77, 4.02).$$

Rispondere alle seguenti domande usando la funzione `t.test()`.

- (a) Fornire l'intervallo di confidenza di livello 0.90 per  $\theta$ .
- (b) Si consideri il sistema di ipotesi

$$H_0 : \theta \leq 2.30 \quad H_1 : \theta > 2.30.$$

Sottoporre a verifica l'ipotesi in un test di ampiezza  $\alpha = 0.04$  e dire se  $H_0$  viene accettata o meno, indicando e commentando il **p-value** che si ottiene

- (c) Per il test precedente, fornire il valore della statistica test e dei gradi di libertà della distribuzione della statistica sotto ipotesi nulla.