

Pagina Extra

Esercizio 2. Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale proveniente da una popolazione $N(\theta, 1)$.

1. Determinare la distribuzione di \bar{X}_n e quindi verificare che

$$n(\bar{X}_n - \theta)^2 \sim \chi_1^2.$$

2. Verificare che $\mathbb{E}[\bar{X}_n^2] = \theta^2 + 1/n$.
3. Sfruttando il punto (2), verificare che $\bar{X}_n^2 - 1/n$ è uno stimatore non distorto di θ^2 e stabilire se è lo stimatore UMVUE (non distorto di minima varianza).

Svolgimento.

Pagina Extra

Esercizio 3. Si consideri un campione casuale di n elementi proveniente da una popolazione $N(\theta, 1)$ e il seguente sistema di ipotesi:

$$H_0 : \theta = \theta_0 \quad \text{contro} \quad H_1 : \theta > \theta_0.$$

1. Scrivere l'espressione della regione di rifiuto di un test con probabilità di errore di prima specie pari ad α .
2. In un campione osservato di $n = 64$ osservazioni, si è ottenuto: $\bar{x}_n = 2.23$. Fissando $\alpha = 0.05$ e $\theta_0 = 2.1$, l'ipotesi nulla va respinta oppure no?
3. Per il campione osservato al punto 2, calcolare il p -value.
4. Costruire un intervallo di confidenza di livello $1 - \alpha = 0.80$ per il parametro incognito in corrispondenza del campione osservato descritto al punto 2.

Svolgimento.

Pagina Extra