

Esercizio 2. Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale proveniente da una popolazione con funzione di densità

A

$$f_X(x; \theta) = \frac{4}{\theta} I_{[\frac{3}{4}\theta, \theta]}(x), \quad \theta > 0$$

B

$$f_X(x; \theta) = \frac{2}{3\theta} I_{[-\frac{1}{2}\theta, \theta]}(x), \quad \theta > 0$$

C

$$f_X(x; \theta) = \frac{2}{\theta} I_{[\frac{1}{2}\theta, \theta]}(x), \quad \theta > 0$$

D

$$f_X(x; \theta) = \frac{4}{5\theta} I_{[-\frac{1}{4}\theta, \theta]}(x), \quad \theta > 0$$

1. Disegnare la funzione di densità della v.a. X e calcolarne valore atteso e varianza.
2. Determinare lo stimatore dei momenti per il parametro θ e calcolarne distorsione, varianza ed errore quadratico medio. Determinare il limite per n che tende a infinito dell'errore quadratico medio.
3. Determinare le approssimazioni asintotiche per le distribuzioni campionarie della statistica \bar{X}_n (media campionaria) e dello stimatore dei momenti.
4. Si consideri la statistica

$$T(\mathbf{X}_n) = a\bar{X}_n + b, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

Determinare i valori di a e b per i quali la statistica T è uno stimatore non distorto di

$$\psi = \frac{1}{3}\theta - 1.$$

Svolgimento: