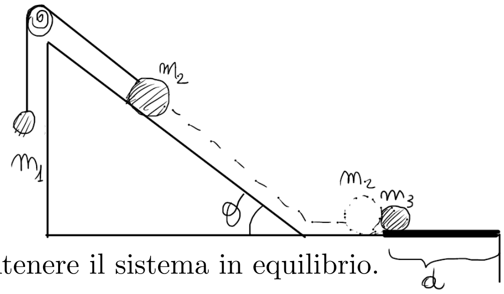
Esame di Fisica - Scienze Biologiche

Marta De Luca, Roberto Maoli, Lorenzo Monacelli, Mauro Raggi, Raffaella Schneider

6 Maggio 2025

Esercizio 1

Si consideri una massa puntiforme $m_2 = 0.75\,\text{kg}$ su un piano inclinato liscio di angolo $\vartheta = 30°$. Essa è collegata, come mostrato in figura, a una massa puntiforme m_1 tramite una carrucola ideale e una fune inestensibile e di massa trascurabile. All'equilibrio, la massa m_2 si trova alla quota $h = 1.60$ m rispetto a terra.

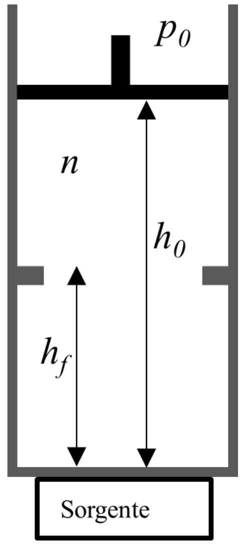


1. Calcolare il valore di m_1 e la tensione della fune necessaria a mantenere il sistema in equilibrio.

2. Ad un certo punto la corda viene tagliata. Calcolare modulo, direzione e verso dell'accelerazione della massa m_2 lungo il piano inclinato, il tempo che impiega per arrivare alla base, e la velocità con cui vi arriva.

3. Si supponga che a terra m_2 percorra prima un breve tratto orizzontale liscio e poi, come in figura, compia un urto completamente anelastico con una terza massa ($m_3 = 0.35\,\text{kg}$) ferma, posizionata all'inizio di un tratto orizzontale scabro con coefficiente di attrito dinamico μ_d. Se le due masse si devono fermare prima di cadere dal precipizio a distanza d = 2.25 m dalla posizione dell'urto, calcolare il valore minimo di μ_d che impedisce alle masse di cadere.

Esercizio 2



Un gas monoatomico, inizialmente alla temperatura $T_0 = 650$ K è contenuto in un recipiente cilindrico di base $A = 35.0\ \text{dm}^2$. Il recipiente, con pressione esterna pari alla pressione atmosferica, è chiuso superiormente da un pistone ideale inizialmente a un'altezza $h_0 = 2.30$ dm dalla base. Il recipiente, adiabatico per quel che riguarda la superficie laterale e il pistone, ha una base termicamente conduttrice e viene messo a contatto con una sorgente ideale a $T_1 = 273$ K.
Il gas inizia lentamente a comprimersi ma quando il pistone raggiunge l'altezza $h_f = 1.50$ dm la compressione è bloccata da una sporgenza nel cilindro (vedi figura). In seguito in gas raggiunge l'equilibrio termico con la sorgente.

1. Calcolare il numero di moli n del gas;

2. Determinare la temperatura alla quale cambia il tipo di trasformazione, il volume finale e la pressione finale del gas e disegnare le due trasformazioni sul piano di Clapeyron;

3. Calcolare il lavoro fatto dal gas (con il relativo segno) e il calore ceduto alla sorgente.

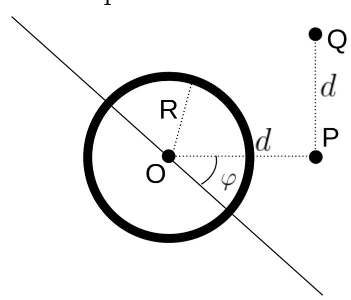
Esercizio 3

Una sfera cava, di raggio $R = 50.0\,\text{cm}$ e carica totale $q = 43.0\,\text{nC}$ uniformemente distribuita sulla superficie è attraversata da una lastra infinita di carica uniforme, inclinata con angolo $\varphi = 45°$ rispetto all'orizzontale, la cui sezione è mostrata in figura. Calcolare:

1. La densità di carica σ della lastra affinché il campo elettrico sia nullo nel punto Q di coordinate $Q = (d, d)$ rispetto al centro della sfera, dove $d = 1.20\,\text{m}$.

2. Il vettore campo elettrico in $P = (d, 0)$.

3. Il lavoro compiuto dal campo elettrico per portare una carica $q^* = 5.40\,\text{mC}$ dal punto O al punto Q.



Soluzioni esercizio 1

1. Calcoliamo la tensione sulla massa m_2:

$$T - m_2 g \sin\vartheta = 0 \qquad T = m_2 g \sin\vartheta = 3.68\,\mathrm{N}$$

Imponendo l'equilibrio sull'altra massa si ottiene

$$m_1 = T/g = 0.375kg$$

[3 pt]

2. Calcoliamo il tempo necessario a m_2 per arrivare al suolo:

$$a = g\sin\vartheta = 4.91m/s2 \qquad t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 1.14\,\mathrm{s}$$

Da sopra segue che m_2 arriva in fondo al piano inclinato con velocità che si può trovare con le leggi del moto uniformemente accelerato:

$$v_1 = at = 5.58m/s$$

ed essa resta costante anche nel tratto orizzontale senza attrito, non essendoci forze dissipative. In alternativa si poteva trovare la velocità con un approccio energetico, trasformando l'energia potenziale inziale in energia cinetica finale.

[4 pt]

c) m_2 entra ora in una regione con attrito con velocità pari a 5.58 m/s, e fa un urto completamente anelastico con la terza massa, inizialmente ferma. Si conserva solo la quantità di moto:

$$p_{iniz} = m_2 v_1 = p_{fin} = (m_2 + m_3) v_f$$

Da cui segue che le due masse viaggiano insieme con una velocità verso destra pari a v_f= 3.80 m/s immediatamente dopo l'urto. Questo diventerà il nostro nuovo istante iniziale. Poi tale velocità diminuisce man mano che esse viaggiano sul piano orizzontale a causa dell'attrito, fino a fermarsi in prossimità del precipizio (all'istante finale esse avranno percorso una certa distanza $x \leq d$). Possiamo applicare il teorema delle forze vive per trovare μ_d:

$$L_{Fd} = K_{fin} - K_{in} = 0 - \frac{1}{2}(m_2 + m_3){v_f}^2$$

$$-\mu_d (m_2 + m_3)\, g\, x = 0 - \frac{1}{2}(m_2 + m_3){v_f}^2$$

Per trovare il valore minimo di μ_d tale che le masse si fermino prima del precipizio, si deve porre x = d. In questo caso si ottiene 0.33.

[3 pt]

Soluzioni esercizio 2

1. Nel suo stato iniziale il gas si trova alla pressione atmosferica, alla temperatura di 650 K e occupa un volume $V_0 = Ah_0 = 80.5$ dm^3 = 80.5 litri. Il numero di moli si trova utilizzando l'equazione di stato dei gas perfetti

$$n = \frac{p_0 V_0}{RT_0} = \frac{101300 \cdot 80.5 \cdot 10^{-3}}{8.314 \cdot 650} = 1.51 \text{ moli}$$

2. Il volume finale è $V_f = Ah_f = 52.5$ dm^3 = 52.5 litri, mentre la pressione finale si ottiene dall'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p_f = \frac{nRT_1}{V_f} = \frac{1.51 \cdot 8.314 \cdot 273}{52.5 \cdot 10^{-3}} = 65300 \text{ Pa} = 0.644 \text{ atm}$$

.

Il gas subisce una compressione isobara a $p = p_0$ fino al volume V_f, dopodiché compie una trasformazione isocora a $V = V_f$. La temperatura alla quale avviene il passaggio da una trasformazione all'altra si ottiene ancora con l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$T' = \frac{p_0 V_f}{nR} = \frac{101300 \cdot 52.5 \cdot 10^{-3}}{1.51 \cdot 8.314} = 424 \text{ K}$$

.

3. Il lavoro del sistema è associato solo alla trasformazione isobara ed è negativo essendo relativo a una compressione:

$$W = p_0(V_f - V_0) = 101300 \cdot (52.5 - 80.5) \cdot 10^{-3} = -2840 \text{ J}$$

Per il calcolo del calore totale si devono utilizzare i calori specifici di un gas monoatomico $c_v = \frac{3}{2}R$ e $c_p = \frac{5}{2}R$. Si ha:

$$Q = nc_p(T' - T_0) + nc_v(T_1 - T') = 1.51 \left[\frac{5}{2} \cdot 8.314 \cdot (424 - 650) + \frac{3}{2} \cdot 8.314 \cdot (273 - 424)\right] = -9940 \text{ J}$$

Il valore viene negativo perché il calore è ceduto dal gas alla sorgente.

Soluzioni esercizio 3

1. Perché il campo elettrico si annulli nel punto Q, la carica della lamina deve essere negativa e con un valore dato da:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{2d^2} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$\sigma = -\frac{q}{4\pi d^2} = -2.38\,\mathrm{nC/m^2}$$

2. Il campo elettrico in P è dato dalla somma vettoriale del campo elettrico generato dalla lastra e quello della sfera:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\begin{pmatrix}\sqrt{2}/2\\ \sqrt{2}/2\end{pmatrix} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}173\,\mathrm{V/m}\\ -94.9\,\mathrm{V/m}\end{pmatrix}$$

3. Il lavoro fatto dal campo elettrico è - la differenza di potenziale tra punto finale e iniziale per la carica. Speziamolo in due parti, una interna alla sfera fino al bordo in $Q' = (R, R)$, e uno da Q' al punto Q.

$$\Delta V = \Delta V_{OQ'} + \Delta V_{Q'Q}$$

Nel primo tratto agisce solo la lamina (la sfera è cava e il campo elettrico della sfera è nullo), nel secondo agiscono entrambe.

$$\Delta V = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{2}d + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{2}d} - \frac{1}{R}\right) = -317\,\mathrm{V}$$

E il lavoro fatto dalcampo elettrico è:

$$L = -q^*\Delta V = 1.71\,\mathrm{J}$$