

Laboratorio di inferenza statistica (2024-2025)

Lab. 2 – Variabili aleatorie; funzione di verosimiglianza – 06 marzo 2025

1. Disegnare nello stesso grafico le funzioni di densità di una v.a. esponenziale con $\theta = 0.5, 1, 2$, utilizzando tratteggi diversi (ascisse comprese in $[0,5]$). Nota bene: parametrizzazione **scale**.
2. Ripeter quanto fatto nel precedente esercizio assumendo ora di utilizzare la parametrizzazione **rate**. Considerare ora le ordinate in $[0, 2]$.
3. Disegnare nello stesso grafico (ascisse comprese in $[0,10]$) le funzioni di densità di una v.a. Gamma di parametri $(1,2), (2,2), (3,2), (5,1)$, utilizzando tratteggi diversi (n.b.: il secondo parametro indica il parametro di **scala**).
4. Disegnare il grafico della funzione di densità della v.a. $N(0, 1)$ (ascisse in $[-3,3]$) e determinare il valore di α corrispondente al quantile $q_\alpha = -1$.
5. Calcolare $\mathbb{P}(-2 < X \leq 3)$ se $X \sim N(1, 2)$.
6. Disegnare nello stesso grafico (ascisse comprese in $[0, 20]$) le funzioni di densità per le v.a. Chi quadrato con gradi di libertà pari a 3, 5, 10, utilizzando tratteggi diversi (considerare l'intervallo $[0,0.5]$ per le ordinate).
7. Sia X_1, \dots, X_n n v.a. i.i.d $\text{Ber}(\theta)$. Supponendo che $\theta = 0.4$, calcolare la probabilità di osservare il campione $\mathbf{x}_n = (1, 1, 0, 0, 0, 1, 1)$.
Ripetere per il campione di dimensione $n = 15$ con $t_n = \sum_{i=1}^n x_i = 10$.
8. Sia X_1, \dots, X_n n v.a. i.i.d $N(1, 2)$. Calcolare la densità congiunta per il campione $(0.5, 2, 1)$.
9. Sia X_1, \dots, X_n n v.a. i.i.d $\text{Ber}(\theta)$. Sia $\mathbf{x}_n = (1, 1, 0, 1, 0)$ un campione osservato. Confrontare la verosimiglianza di $\theta = 0.1$ e $\theta = 0.9$ alla luce dei dati osservati.
10. Ripetere per Ripetere per $n = 50$ e $t_n = 30$, con $t_n = \sum_{i=1}^n x_i$.