

Nome, cognome e matricola: \_\_\_\_\_

1. (MC) - Si consideri  $\delta = 3$ ,  $\omega \sim N(4, 3)$  e  $W_\delta(\omega) = |\delta - \omega|$ . Calcolare con MC il valore del criterio della soglia critica, assumendo  $\lambda = 1$ . [**Sugger.:**  $K_{sc} = \mathbb{P}[W_\delta(\omega) > \lambda]$ ]

Risultato:

Codice

2. (MC) - Modello  $N(5, 4)$ . Calcolare con MC il valore atteso (frequentista) della statistica  $m_3(\mathbf{Z}_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^3$  (momento terzo campionario) assumendo  $n = 20$ .

Risultato:

Codice

3. (MC) - Si consideri  $X_1, \dots, X_n | \theta \sim \text{EN}(\theta)$  i.i.d. e una distribuzione a priori Gamma per  $\Theta$  di parametri  $\alpha = 4$ ,  $\beta = 6$  (rate). Supporre inoltre che  $n = 18$  e che la somma delle osservazioni sia pari a 8. Calcolare  $\mathbb{E}[\Theta^{-3} | \mathbf{z}_n]$  con il metodo di MC.

Risultato:

**Codice**

4. (MC) -  $X_1, \dots, X_n | \theta \sim \text{EN}(\theta)$ ,  $n = 10$ . Calcolare con MC la probabilità di copertura frequentista dell'intervallo  $\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \pm \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i}}{\sqrt{n}}$ , assumendo  $\theta = 5$ .

Risultato:

**Codice**

5. Si consideri un campione osservato da modello Poisson con  $n = 15$  e somma delle osservazioni pari a 6. Si consideri inoltre come distribuzione iniziale una densità Gamma (4, 5). Determinare l'intervallo a posteriori ET (equal-tails) di livello 0.80 per  $\psi = e^{-\theta}$ .

Risultato:

**Codice**

6. (Analitico + MC) -  $X_1, \dots, X_n | \theta \sim \text{Ber}[\theta]$ . Sia  $d(\mathbf{Z}_n) = \bar{X}_n$ . Sapendo che  $d(\mathbf{Z}_n)$  è non distorto per  $\theta$ , calcolare analiticamente  $R(\theta, d)$  con perdita quadratica. Calcolare poi con MC il valore del rischio di Bayes  $r_\pi(d) = \mathbb{E}_\pi[R(\Theta, d)]$  assumendo  $n = 8$  e, come distribuzione a priori per  $\Theta$ , una densità Beta(7, rate = 5). [Sugger.: usare MC per il valore atteso rispetto alla distribuzione a priori.]

Risultato:

**Codice**

7. (MC) -  $X_i|\theta \sim N(1, \theta)$ , i.i.d. - Calcolare con MC la probabilità che la statistica campionaria  $A_n$  sia minore di  $k = 2$ , dove  $A_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}_n|$ , ovvero  $\mathbb{P}_\theta[A_n < k]$ , supponendo che  $\theta = 5$  e  $n = 15$ .

Risultato:

**Codice**

8. (MC) -  $X_1, \dots, X_n|\theta \sim EN(\theta)$ . Sia  $\lambda_{01}(X)$  il rapporto delle verosimiglianze per un campione di dimensione  $n = 1$  per il confronto tra  $H_0 : \theta = \theta_0 = 3$  vs  $H_1 : \theta = \theta_1 = 2$ . Calcolare con MC il valore di  $\mathbb{E}_\theta[\lambda_{01}(X)]$ , supponendo che il vero valore di  $\theta$  sia  $\theta = 2.5$ . [Sugg: la verosimiglianza in  $\theta_i$  è `dgamma(x,1,rate= $\theta_i$ )`].

$\mathbb{E}_\theta[\lambda_{01}(X)]$ :

**Codice**