Laboratorio di decisioni statistiche - Lab. 7 – 2024-2025 - 13 novembre 2024

Nome, cognome, matricola: ______________________________

1. Sia $\Delta = \{\delta_1, \delta_2\}$ e $\Omega = [0, 1]$. Considera le seguenti funzioni di perdita:

$$W_{\delta_1}(\omega) = \omega^2, \qquad W_{\delta_2}(\omega) = 1 - \omega^2, \qquad W_{\delta_3}(\omega) = \frac{1}{2}\omega$$

   (a) Definisci tre funzioni `R` denominate `W.1.fun`, `W.2.fun` e `W.3.fun` che associno a ciascun valore di ω il corrispondente valore della funzione di perdita.
   (b) Traccia il grafico delle tre funzioni in $\omega \in [0, 1]$. [Hint: use `curve()`].
   (c) Disegna nello stesso grafico la retta $y = \lambda$ per il criterio della soglia critica. [Sugg.: poni $\lambda = 1/4$ e usa `abline()`].
   (d) Simula `M` valori da $p(\omega)$, con distribuzione uniforme in $[0, 1]$ e assegna i valori ottenuti a `omega.MC`.
   (e) Calcola i valori `K.va.1, K.va.2, K.va.3, K.sc.1, K.sc.2, K.sc.3` per i criteri (K_{va} e K_{sc}) applicati alle perdite delle tre decisioni.
   (f) Determina $\Delta^*(K_{va})$ e $\Delta^*(K_{sc})$.
   (g) Calcola di nuovo il criterio della soglia critica ponendo ora $\lambda = 1/2$ e verifica se il valore di K_{sc} cambia.
   (h) Ripeti ponendo $p(\omega)$ densità Beta con $\alpha = 1, \beta = 4$.

2. Sia $\Delta = \Omega = [0, 1]$. Considera

$$W^a_\delta(\omega) = (\omega - \delta)^2, \qquad W^b_\delta(\omega) = \frac{(\omega - \delta)^2}{\omega(1 - \omega)}, \qquad W^c_\delta(\omega) = |\omega - \delta|.$$

   (a) Definisci tre funzioni `R` denominate `W.a.fun`, `W.b.fun` e `W.c.fun` che associano a ω i valori delle corrispondenti funzioni di perdita.
   (b) Traccia il grafico delle tre funzioni per $\omega \in [0, 1]$ per $\delta = 1/2$. [Hint: usa `curve()`].
   (c) Calcola il valore del minimax per $\delta = 1/2$ usando le tre funzioni di perdita.
   (d) Simula `M` valori da $p(\omega)$, assumendo che sia una densità Beta di parametri $(2, 2)$ e poni i valori ottenuti in `omega.MC`.
   (e) Verifica numericamente che $\mathbb{E}[\omega] = 1/2$.
   (f) Calcola K_{va} per $\delta = 1/2$ con le tre funzioni di perdita.
   (g) Calcola il valore del criterio della soglia critica per $\lambda = 1/8$ usando le tre funzioni di perdita.

3. Sia $\Delta = \Omega = [0, 1]$ e $W_\delta(\omega) = (\omega - \delta)^2$.

   (a) Definisci un vettore di N_δ valori for δ.
   (b) Definisci una matrice di N_δ righe e M_ω colonne tale che ogni riga contenga i valori di $(\delta - \omega)^2$ per un valore fissato di δ e M_ω valori di ω simulati da $p(\omega)$ uniforme in $[0, 1]$.
   (c) Definisci un vettore `E.W` che contenga le approssimazioni di MC di $\mathbb{E}[W_\delta]$ e traccia il grafico di questi valori in funzione di $\delta \in [0, 1]$.
   (d) Determina la decisione ottima rispetto a K_{va} in $[0, 1]$.