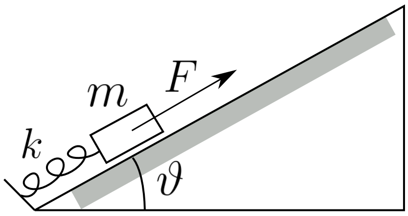
Esame di Fisica - Scienze Biologiche

Marta De Luca, Francesco Macheda, Roberto Maoli, Lorenzo Monacelli, Raffaella Schneider

18 Settembre 2024

Esercizio 1



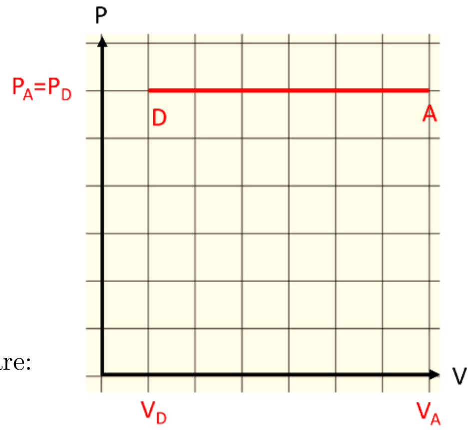
Un corpo di massa $m = 5.00\,\text{kg}$ si trova su un piano inclinato di pendenza $\vartheta = 30°$, viene spinto da un motore che esercita una forza F nella direzione del moto, verso l'alto, pari a $80.0\,\text{N}$. Sapendo che e' tenuto fermo da una molla di coefficiente elastico $k = 120\,\text{N/m}$ e che il coefficiente di attrito statico tra terreno e corpo vale $\mu_s = 0.340$,

1. Calcolare l'allungamento massimo della molla affinché il corpo stia in equilibrio. [2]
2. Se la molla si stacca, il corpo cade verso il basso, rimane fermo, oppure sale verso l'alto? Giustificare la risposta. [2]

Ad un tratto la molla viene tagliata e il corpo si mette in moto. Se l'attrito dinamico vale $\mu_d = 0.240$. Calcolare

3. Quanto tempo impiega il corpo a percorrere una distanza di $250\,\text{m}$? [3]
4. Qual è la sua velocità finale?[2]
5. Calcolare la variazione di energia meccanica (cinetica, e potenziale relativa alla forza peso) del corpo durante il moto.[2]

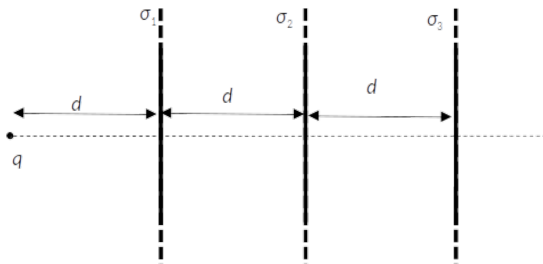
Esercizio 2



n moli di un gas perfetto poliatomico si trovano all'interno di un cilindro ideale, chiuso da un pistone ideale libero di scorrere. Il volume iniziale nello stato A rappresentato nel piano di Clapeyron in figura è $V_A = 7.00\,\text{m}^3$ e la temperatura è $T_A = 551.0\,\text{K}$. Il gas si raffredda fino a raggiungere lo stato B, con $T_B = 130.6\,\text{K}$ e pressione P_B pari a un terzo di P_A, tramite una trasformazione lineare reversibile da A a B. Il gas compie poi una compressione isobara reversibile fino al punto C, al termine della quale il suo volume è $V_C = (1/7)V_A$, seguita da una trasformazione isocora fino al punto D, dove raggiunge la pressione $P_D = 2.14 \times 10^5\,\text{Pa}$. Il ciclo si chiude con una espansione isobara reversibile come rappresentato in figura. Calcolare:

1. Il numero di moli del gas; [2]
2. La pressione e il volume del gas in tutti i punti (A, B, C, D) e completare il disegno del ciclo; [3]
3. Il calore totale, il lavoro totale e la variazione di energia interna nel ciclo, commentando se si tratta di lavoro compiuto o subito e di calore ceduto o assorbito;[3]
4. La variazione di energia interna per andare dallo stato B allo stato D e il calore scambiato nell'andare dallo stato A allo stato C.[3]

Esercizio 3



Una carica puntiforme $q = -7.00 \times 10^{-9}\,\text{C}$ con massa $m = 3.20 \times 10^{-6}\,\text{kg}$ parte da ferma e, sotto l'azione del campo elettrico prodotto da tre lamine infinite parallele, percorre una traiettoria rettilinea attraversando successivamente le lamine con densità superficiale di carica rispettivamente $\sigma_1 = 4.50 \times 10^{-7}\,\text{C/m}^2$ e $\sigma_2 = 1.50 \times 10^{-7}\,\text{C/m}^2$ e σ_3. La posizione iniziale della carica si trova a distanza $d = 1.20\,\text{m}$ dalla prima lamina e tutte le lamine sono poste alla distanza d l'una dall'altra. Considerando trascurabile la forza gravitazionale, calcolare:

1. il valore di σ_3 sapendo che la carica q si muove a velocità costante tra la seconda e la terza lamina; [3]
2. la differenza di potenziale $V_2 - V_1$ tra la prima e la seconda lamina; [3]
3. il tempo impiegato dalla carica q per percorrere lo spazio tra la seconda e la terza lamina;[3]
4. la distanza dalla terza lamina alla quale la carica, dopo avere attraversato la terza lamina, inverte la sua direzione di moto.[2]

1 Soluzioni esercizio 1

Il primo punto chiede l'allungamento massimo della molla. Vuol dire che la forza di attrito statico punta nel verso opposto alla forza elastica. In questo caso, la scomposizione delle forze sulla direzione parallela al piano vale

$$k\Delta x + mg\sin\vartheta - \mu_s mg\cos\vartheta - F = 0 \qquad k\Delta x = F + mg(\mu_s\cos\vartheta - \sin\vartheta)$$

$$\Delta x = \frac{F + mg(\mu_s\cos\vartheta - \sin\vartheta)}{k} = 0.583\,\mathrm{m} \tag{1}$$

Per capire la direzione del moto in assenza della molla dobbiamo confrontare la differenza della forza F con la forza peso e confrontarla con la forza di attrito massimo

$$F - mg\sin\vartheta = 55.5\,\mathrm{N} \qquad \mu_s mg\cos\vartheta = 14.4\,\mathrm{N} \tag{2}$$

La forza residua è maggiore della forza di attrito statico, pertanto il corpo si metterà in moto nella stessa direzione di F (verso l'alto).

Quando il corpo si mette in moto, abbiamo un accelerazione pari a

$$a = \frac{F - mg\sin\vartheta - mg\mu_d\cos\vartheta}{m} = 9.06\,\mathrm{m/s^2}$$

Il moto è rettilineo uniformemente accelerato

$$s = \frac{1}{2}at^2 \qquad t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 7.43\,\mathrm{s} \tag{3}$$

La variazione di energia meccanica è pari al lavoro delle forze non conservative, in questo caso F e la forza di attrito. Il lavoro di queste due forze è

$$\Delta E = L_{\mathrm{nc}} = (F - \mu_d mg\cos\vartheta)s = 1.74\times10^4\,\mathrm{J} \tag{4}$$

Da cui possiamo ricavare la velocità sfruttando il teorema delle forze vive:

$$h = L\sin\vartheta \qquad \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \Delta E$$

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m} - 2gh} = 67.3\,\mathrm{m/s} \tag{5}$$

In alternativa, usando il moto uniformemente accelerato

$$v = at = 67.3\,\mathrm{m/s}$$

che torna con il risultato di prima.

Soluzione esercizio 2

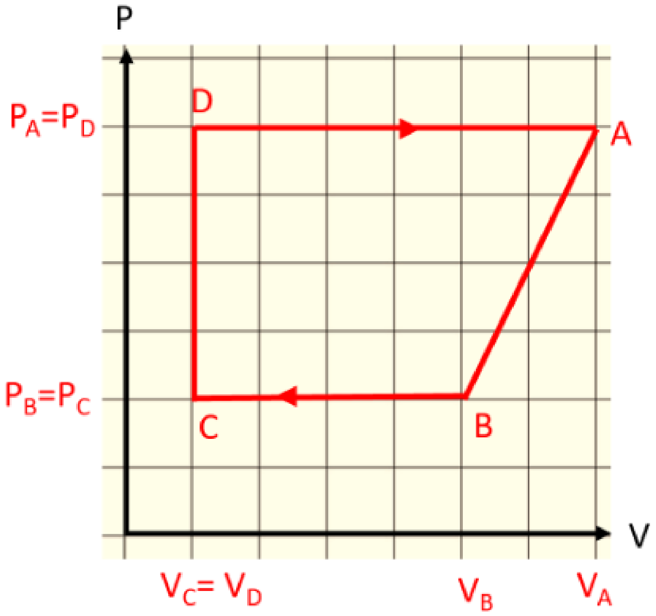


Figura 1: Trasformazione dell'esercizio 2

$$P_A = P_D \qquad n = \frac{P_A V_a}{RT_A} = 327\,\mathrm{mol} \tag{6}$$

I valori rimanenti da determinare sono

$$P_B = P_C = \frac{1}{3}P_A = 0.71 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$$

$$V_B = \frac{nRT_B}{P_B} = 5.00\,\mathrm{m}^3$$

Da cui segue la figura in alto.

Il lavoro totale è l'area del ciclo

$$L = Q = (\Delta V_{CB} + \Delta V_{DA})\Delta P_{CD}/2 = 7.10 \times 10^5\,\mathrm{J}$$

e $\Delta U = 0$. Il lavoro è compiuto e il calore è assorbito.

Infine $\Delta U_{BD} = nc_V(T_D - T_B)$, con $c_V = 3R$ e $T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = 78.7\,\mathrm{K}$

$$\Delta U = -4.23 \times 10^5\,\mathrm{J}$$

$$Q_{AC} = -48.6 \times 10^5\,\mathrm{J}$$

Che è negativo, perche' nell'andare da A a C il gas si raffredda, ovvero cede calore.

Q_{AC} viene dal considerare il calore totale (calcolato sopra) meno la somma dei calori per andare da C a D e da D ad A, che è pari a

$$Q_{CD} + Q_{DA} = 55.7 \times 10^5\,\mathrm{J}$$

Soluzione Esercizio 3

1) Tra la II e la III lamina la particella ha velocità costante, quindi accelerazione nulla e questo implica che anche la forza elettrostatica e il campo elettrico totale debbano essere nulli. In questa regione i campi prodotti dalla I e dalla II lamina sono diretti verso destra e quindi il campo prodotto dalla terza lamina dev'essere pari alla somma dei primi due in modulo e diretto verso sinistra. Questo implica una distribuzione di carica positiva il cui valore è:

$$\sigma_3 = \sigma_1 + \sigma_2 = 6.00 \times 10^{-7}\,\mathrm{C/m^2}$$

2) Essendo il campo elettrico costante, la differenza di potenziale può essere caolcolata come il prodotto cambiato di segno tra il campo elettrico e la distanza tra le due lamine:

$$V_2 - V_1 = -dE_{tot} = -\frac{d}{2\varepsilon_0}\left[\sigma_1 - (\sigma_2 + \sigma_3)\right] = 2.03 \times 10^4\,\mathrm{V}$$

dove si è utilizzato il fatto che in questa regione la I lamina produce un campo verso destra mentre le altre due lamine producono un campo verso sinistra.

Alternativamente è possibile utilizzare il principio di sovrapposizione calcolando la differenza di potenziale associata al campo prodotto da ogni lamina con la formula

$$\Delta V_{AB} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(d_B - d_A)$$

3) Applicando la conservazione dell'energia tra la posizione iniziale della particella e il momento in cui raggiunge la seconda lamina, è possibile calcolare la velocitá con cui questa percorre il tratto tra la II e la III lamina:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2q}{m}(V_0 - V_2)} = \sqrt{-\frac{2qd}{m\varepsilon_0}\,(\sigma_2 + \sigma_3)} = 21.1\,\mathrm{m/s}$$

dove la differenza di potenziale si ottiene considerando correttamente le direzioni dei campi elettrici prodotti dalle lamine nelle diverse regioni:

$$V_0 - V_2 = \frac{d}{2\varepsilon_0}\left[-(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + \sigma_1 - (\sigma_2 + \sigma_3)\right] = -\frac{d}{\varepsilon_0}\,(\sigma_2 + \sigma_3)$$

Trovata la velocità, è facile ricavare il tempo impiegato utilizzando le formule del moto rettilineo uniforme

$$\Delta t = \frac{d}{v_2} = 56.9\,\mathrm{ms}$$

4) La particella, superata la III lamina, trova un campo elettrico verso destra dato da $E = -\frac{(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)}{2\varepsilon_0}$. Essendo la particella di carica negativa, questa subisce una forza frenante verso sinistra che la porta ad invertire la sua velocitá a una distanza x dalla III lamina.

Per trovare questa distanza si puó applicare la conservazione dell'energia tra la posizione iniziale della particella e quella in cui inverte la sua velocità. Considerando che in queste due posizioni l'energia cinetica è nulla la legge di conservazione si riduce alla condizione $V_{\text{fin}} - V_0 = 0$. Di conseguenza si ha

$$-\frac{d}{\varepsilon_0}(\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{x}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 0$$

$$x = d\frac{2(\sigma_2 + \sigma_3)}{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3} = 1.5\,\mathrm{m}$$