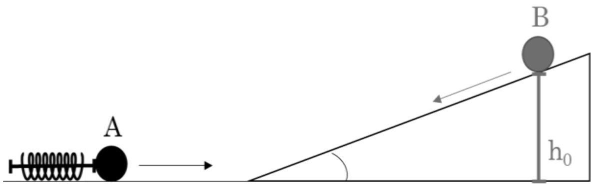
Esame del corso di Fisica per Scienze biologiche – 03 Maggio 2024

Proff. R. Schneider, M. De Luca, R. Maoli, L. Monacelli, F. Macheda

Esercizio 1

All'istante t_0, un fucile a molla, posto su un piano orizzontale privo di attrito, spinge verso destra, come nel disegno, un corpo A (massa m_A = 120 g) precedentemente fermo e ad esso appoggiato. La molla è ideale, ha costante elastica k=150 N/m, ed è inizialmente compressa di Δx= 45.0 cm rispetto alla sua posizione a riposo. Un corpo B, di massa dimezzata rispetto al corpo A, è inizialmente fermo a un'altezza h_0 ignota rispetto al suolo su di un piano inclinato di angolo ignoto privo di attrito. Esso parte con velocità nulla all'istante t_0 e, una volta raggiunto il suolo, urta in maniera completamente anelastica contro il corpo A. Dopo l'urto i due corpi procedono sul piano orizzontale verso il piano inclinato. Alla base del piano hanno velocità v_f = 5.6 m/s e salgono un tratto di rampa L prima di fermarsi. Calcolare:



a) il modulo, direzione e verso delle velocità dei corpi A e B un istante prima dell'urto;
b) il lavoro fatto da tutte le forze nella discesa del corpo B lungo il piano inclinato.
c) Dire se i due corpi uniti dopo l'urto riescono a superare la quota iniziale h_0 e calcolare il tratto di piano inclinato L che riescono a percorrere se l'angolo di inclinazione del piano è 30°.

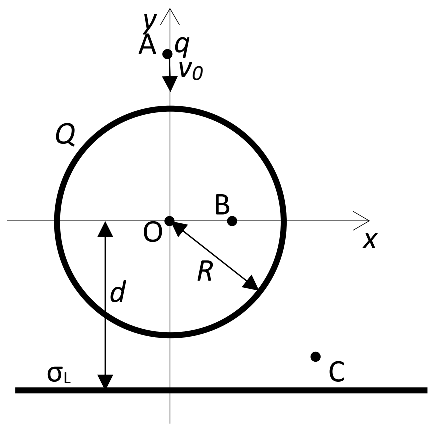
Esercizio 2

Un gas perfetto biatomico si trova inizialmente in un volume V_A = 0.593 m^3 e alla pressione P_A = 0.125 atm. Da questo stato viene scaldato compiendo una trasformazione isocora reversibile fino ad uno stato B caratterizzato da una temperatura $T_B = 1.20 \cdot 10^3$ K. Successivamente, triplica il suo volume compiendo una espansione isoterma reversibile fino ad uno stato C. Infine, il gas torna allo stato iniziale attraverso due trasformazioni reversibili: una trasformazione isocora tra C e D ed una trasformazione isobara tra D e A. Sapendo che nella trasformazione tra BC il gas compie un lavoro $L_{BC} = 3.29 \cdot 10^4$ J, determinare:

a) il numero di moli del gas;
b) la temperatura nello stato iniziale A;
c) il calore scambiato nella trasformazione tra D e A, indicando se si tratta di calore ceduto o assorbito;
d) la differenza di energia interna tra lo stato C e lo stato A.
e) Rappresentare il ciclo nel piano di Clapeyron, indicando i valori di pressione e volume di tutti gli stati termodinamici.

Esercizio 3

Un sistema elettrostatico è costituito da una lamina piana infinitamente estesa e da un guscio sferico uniformemente carico. Il guscio sferico, centrato nell'origine O degli assi cartesiani, ha un raggio R = 12.0 cm e una carica totale $Q = 6.80 \cdot 10^{-7}$ C. La lamina ha una densità di carica superficiale σ_L, è parallela all'asse x e ha una distanza d = 30.0 cm da O (vedi figura).



a) Sapendo che il campo elettrico totale nel punto A (0, 30) cm è nullo, calcolare la densità superficiale di carica della lamina.
b) Calcolare le componenti e il modulo del campo elettrico nel punto B (10, 0) cm e nel punto C (24,-24) cm.
c) Se una carica puntiforme di massa $m = 3.50 \cdot 10^{-6}$ kg e carica q = $-8.00 \cdot 10^{-9}$ C si muove verso il guscio a partire dal punto A con una velocità iniziale di modulo v_0 = 4.50 m/s, calcolare la velocità con la quale arriva sul guscio, trascurando la forza peso.

Soluzione Esercizio 1

a) La molla compressa ha energia potenziale elastica $U_{el}=1/2\ k\ (\Delta x)^2$

Tale energia si trasferisce al corpo A sottoforma di energia cinetica $K=1/2\ m_A\ (v_{i,A})^2$
Si conserva l'energia meccanica perché non ci sono forze non conservative.
→da $U_{el}=K$ si ha $v_{i,A}= \Delta x \sqrt{k/\ m_A}= 15.9$ m/s, direzione orizzontale e verso destra (x positivo)
Questa $v_{i,A}$ si conserva fino al momento subito prima dell'urto, perché il piano è privo di attrito (moto rettilineo uniforme a velocità costante)

L'urto è completamente anelastico, quindi A e B viaggiano insieme dopo l'urto. Si conserva la quantità di moto,
$\mathbf{p}_{i,tot} = (m_A\ \mathbf{v}_{i,A} + m_B\ \mathbf{v}_{i,B}) = \mathbf{p}_{f,tot} = (m_A + m_B)\ \mathbf{v}_f$
I vettori hanno solo componenti lungo x, perche' l'urto avviene sul suolo, quindi il problema è unidimensionale.
$\mathbf{v}_{i,B}$ viene negativa in quanto diretta verso sinistra. La direzione è orizzontale
$\mathbf{v}_{i,B} = [\ (m_A + m_B)\ \mathbf{v}_f - m_A\ \mathbf{v}_{i,A}]\ /\ m_B = -\ 15.0$ m/s

b) Si conserva l'energia meccanica tra l'istante $t= t_0$ e l'istante prima dell'urto $t= t_i$, perché non ci sono forze non conservative.

All'inizio ($t= t_0$), il corpo B ha energia solo potenziale perché parte da fermo: $U_B= m_B\ g\ h_0$
A $t= t_i$, B ha energia solo cinetica perché sta ad altezza nulla: $K_B= 1/2\ m_B\ (v_{i,B})^2$
Da $U_B = K_B$ si ha:
$h_0= (v_{i,B})^2/2g = 11.5$ m
Il lavoro della forza peso è positivo (forza parallela allo spostamento) e pari a
$L_{Fp}= m_B\ g\ h_0= 6.77$ J
L'altra forza in gioco è la reazione vincolare, che compie lavoro nullo in quanto è perpendicolare allo spostamento.

c) Si conserva anche l'energia meccanica dei due corpi uniti (A+B) tra l'istante dopo l'urto $t= t_f$ (solo energia cinetica) e l'istante in cui si trovano all'altezza h_f lungo il piano (solo energia potenziale) perché non ci sono forze non conservative:

Da $K_{A+B} = U_{A+B}$ si ha:
$½\ (m_A + m_B)\ (v_f)^2 = (m_A + m_B)\ g\ h_f$
Si ottiene $h_f = (v_f)^2/2g = 1.60$ m, quindi minore di h_0. Non riescono quindi a superare la quota iniziale.
Infine, usando $h_f= L \operatorname{sen} 30°$, dove L è il tratto di rampa percorso, si ottiene L= 3.20 m

Soluzione Esercizio 2

a) Sapendo che la trasformazione tra B e C è una isoterma reversibile, possiamo scrivere che:
$L_{BC} = n\ R\ T_B \ln V_C/V_B$
dove $V_C = 3\ V_B$ e la temperatura T_B è nota. Possiamo quindi ricavare il numero di moli di gas:
$n = L_{BC}/(R\ T_B \ln 3) = 3$

b) Per trovare la temperatura nello stato A applichiamo l'equazione di stato dei gas perfetti:
$T_A = P_A\ V_A/(nR) = 300\ K$

c) Per calcolare il calore scambiato nella trasformazione isobara tra D e A è necessario conoscere la temperatura nello stato D. Infatti:
$Q_{DA} = n\ c_p\ (T_A - T_D)$

dove $c_p = 7\ R/2$ in quanto il gas è biatomico.
Dal momento che $V_D = V_C = 3\ V_B = 3\ V_A$ e che $P_D = P_{A,}$ la temperatura in D si può calcolare dall'equazione di stato dei gas perfetti:
$T_D = P_D\ V_D/(nR) = P_A\ 3\ V_A/(nR) = 3\ T_A = 900\ K$
e dunque:
$Q_{DA} = n\ c_p\ (T_A - T_D) = -\ 5.26 \cdot 10^4\ J$
ed è un calore negativo, ovvero ceduto dal gas.

d) La differenza di energia interna tra lo stato C e lo stato A è:
$\Delta U_{CA} = n\ c_V\ (T_A - T_C) = -5.61 \cdot 10^4\ J$
dove abbiamo posto $c_v = 5/2\ R$ e $T_C = T_B$.

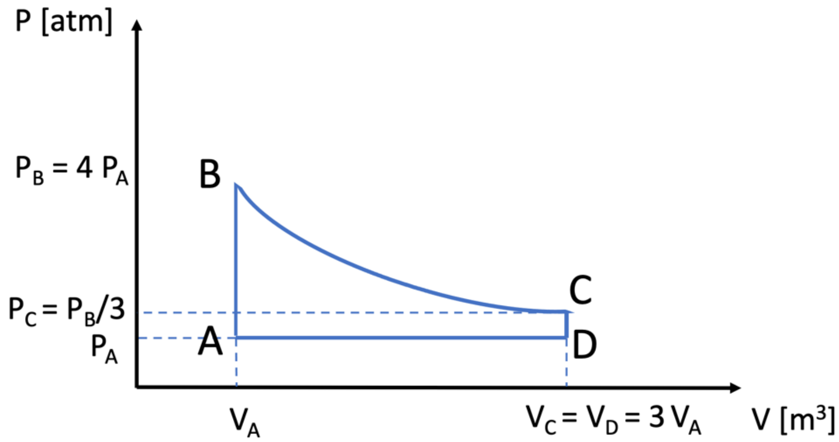
Per poter disegnare il ciclo nel piano di Clapeyron è necessario conoscere la pressione e il volume in tutti gli stati termodinamici.

Stato A:
$V_A = 0.593\ m^3$
$P_A = 0.125\ atm = 12525\ Pa$

Stato B:
$V_B = V_A = 0.593\ m^3$
$P_B = n\ R\ T_B/V_B = 50500\ Pa = 0.500\ atm = 4\ P_A$

Stato C:
$V_C = 3\ V_B = 1.78\ m^3$
$P_C = n\ R\ T_C/V_C = n\ R\ T_B/(3\ V_B) = P_B/3 = 1.68 \cdot 10^4\ Pa$

Stato D:
$V_D = V_C = 1.78\ m^3$
$P_D = P_A = 0.125\ \ atm$



Soluzione Esercizio 3

a) Nel punto A si ha:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\overline{AO}^2}+\frac{\sigma_L}{2\varepsilon_0}=0 \quad \rightarrow \quad \sigma_L=-\frac{Q}{2\pi\cdot\overline{AO}^2}=-\frac{6.8\cdot10^{-7}}{2\pi\cdot0.3^2}=-1.20\cdot10^{-6}\ \mathrm{C/m^2}$$

b) Nel punto B, essendo all'interno del guscio, il campo elettrico è dato solo dalla lamina:

$$E_{B,x}=0\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \qquad E_{B,y}=\frac{\sigma_L}{2\varepsilon_0}=-\frac{1.2\cdot10^{-6}}{2\cdot8.85\cdot10^{-12}}=-6.78\cdot10^{4}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Nel punto C, essendo all'esterno del guscio, il campo elettrico del guscio è identico a quello di una carica puntiforme posta in O:

$$E_{C,x}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\overline{OC}^2}\cos45=8.99\cdot10^{9}\,\frac{6.8\cdot10^{-7}}{2\cdot0.24^2}\frac{\sqrt{2}}{2}=3.73\cdot10^{4}\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

$$E_{C,y}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\overline{OC}^2}\sin45+\frac{\sigma_L}{2\varepsilon_0}=-\,3.73\cdot10^{4}-6.78\cdot10^{4}=-1.05\cdot10^{5}\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

c) Applicando la conservazione dell'energia meccanica si ha:

$$v_{fin}=\sqrt{v_0^2+\frac{2q}{m}(V_A-V_{fin})}$$

dove $\left(V_A-V_{fin}\right)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\overline{AO}}-\frac{1}{R}\right)-\frac{\sigma_L}{2\varepsilon_0}(\overline{AO}-R)=-3.0566\cdot10^{4}+1.216\cdot10^{4}=-1.82\cdot10^{4}\ V$

quindi: $v_{fin}=\sqrt{v_0^2+\frac{2q}{m}(V_A-V_{fin})}=\sqrt{20.25+\frac{16\cdot10^{-9}}{3.5\cdot10^{-6}}1.82\cdot10^{4}}=\sqrt{103.5}=10.2\ \mathrm{m/s}$