

Cognome e nome N. matricola

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

20-24 luglio; 27 giugno-1 luglio; 4-6 luglio; in un appello successivo.

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x \log |x| (1 - \log |x|) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e/o periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

2. Calcolare

$$z = \frac{(\sqrt{3} - i)^{16}}{(1 + i\sqrt{3})^{12}}$$

e successivamente le radici quarte di z .

3. Dopo aver mostrato che si tratta di un integrale secondo Riemann, calcolare

$$\int_{-32}^{32} \frac{1}{\sqrt[5]{x}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt[5]{x}}{2} \right) dx.$$

4. Calcolare l'ordine di infinitesimo delle seguenti funzioni, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = \cos(x^\alpha) - \cos(x^2) \quad (\alpha > 0), \quad g(x) = \sqrt{x^4 + x^5} - x^2 + \beta x^3 \quad (\beta \in \mathbb{R}), \quad h(x) = e^{\sin x} - e^x.$$

5. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie, al variare dei parametri reali α e x :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log(e^{-n} + 1 + n^\alpha), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \log(e^{-n} + 1 + n^{-2})(x + 3)^n.$$

Punteggi: **1:** 8 punti; **2:** 5 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 8 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome N. matricola

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

20-24 luglio; 27 giugno-1 luglio; 4-6 luglio; in un appello successivo.

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x| \left((\log |x|)^2 - \log |x| \right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e/o periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

2. Calcolare

$$z = \frac{(1 + i\sqrt{3})^{12}}{(\sqrt{3} - i)^{16}}$$

e successivamente le radici quarte di z .

3. Dopo aver mostrato che si tratta di un integrale secondo Riemann, calcolare

$$\int_{-4}^4 |x| \operatorname{arctg} \left(\frac{2}{\sqrt{|x|}} \right) dx.$$

4. Calcolare l'ordine di infinitesimo delle seguenti funzioni, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = \cos(x^3) - \cos(x^\alpha) \quad (\alpha > 0), \quad g(x) = \sqrt{x^4 + 2x^5} - x^2 + \beta x^3 \quad (\beta \in \mathbb{R}), \quad h(x) = e^x - e^{\sin x}.$$

5. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie, al variare dei parametri reali α e x :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log(n^\alpha + 1 + e^{-n}), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \log(n^{-2} + 1 + e^{-n})(x-3)^n.$$

Punteggi: **1:** 8 punti; **2:** 5 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 8 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.