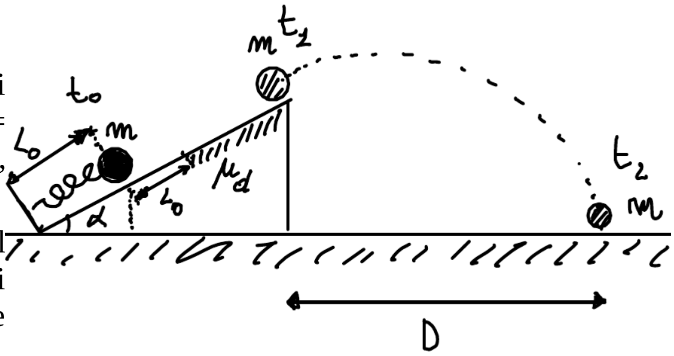
Esame scritto del corso di Fisica per Scienze biologiche

Proff. M.G. Betti, M. De Luca, G. De Gasperis, L. Graziani, R. Maoli – 06 Novembre 2023

Esercizio 1



Si consideri una pallina di massa m = 1.30 kg e dimensioni trascurabili, appoggiata su un piano inclinato di un angolo α= 30.0° rispetto al suolo terrestre e lunghezza totale S = 5.00 m, come illustrato in figura.

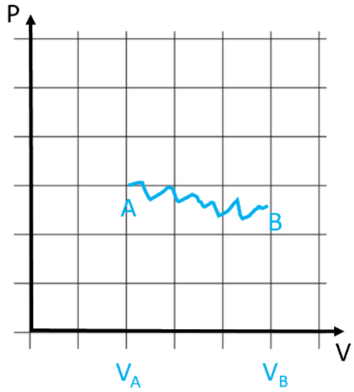
La pallina si trova ferma, appoggiata a un blocco, fissato al piano inclinato, che tiene compressa per una lunghezza pari a $L_0/2$ una molla ideale con lunghezza a riposo L_0 = 2.40 m e costante elastica k = 100 N/m.

a) Si determini all'istante t_0 la risultante delle forze sulla pallina appoggiata al blocco (non alla molla!). Si descrivano inoltre tutte le forze in gioco, in modulo, direzione e verso.

All'istante t_0 = 0 viene rimosso il blocco che teneva la molla compressa. La pallina inizia un moto di risalita sul piano fino alla lunghezza a riposo della molla, si stacca quindi da essa per continuare a risalire fino al vertice del piano inclinato. Si consideri che solo sull'ultimo tratto del piano, per una lunghezza S-L_0 = 2.60 m, agisce un attrito dinamico di coefficiente μ_d = 0.600. Si calcoli:

b) la velocità della pallina all'istante in cui raggiunge la sommità del piano e l'energia meccanica della pallina in questo punto (considerando nulla l'energia potenziale gravitazionale al suolo).
c) Il tempo di volo della pallina fino a toccare il suolo a una distanza D = 2.90 m dal piano inclinato.

Esercizio 2

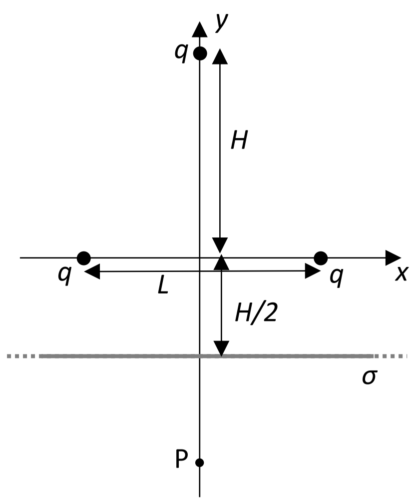


Quattro moli di gas perfetto monoatomico si trovano in un cilindro posto in un ambiente a pressione atmosferica (101 325 Pa). Il cilindro è chiuso da un pistone ideale (area di base S =180 cm^2) libero di scorrere, sul quale è posto un peso di massa M = 25.0 kg. La temperatura iniziale del gas è pari a T_A = 290 K (stato A in figura). Quando il peso viene rimosso, il gas si espande in maniera irreversibile fino a raggiungere un volume pari a 2.5 volte il suo volume iniziale (stato B). In seguito, il gas effettua una trasformazione isocora reversibile (dallo stato B allo stato C) nella quale la pressione raddoppia. Infine, il gas torna ad avere pressione e volume che aveva nello stato A (prima che il peso venisse rimosso), con una trasformazione lineare reversibile da C ad A.

Completare il disegno del ciclo ABCA nel piano di Clapeyron in figura e calcolare:

a. il volume del gas nello stato A;
b. il lavoro in ognuna delle tre trasformazioni e il calore totale del ciclo, specificando se si tratta di lavoro compiuto o subito e di calore ceduto o assorbito;
c. la variazione di energia interna per andare dallo stato A allo stato C.

Esercizio 3



Tre cariche elettriche uguali di carica q = 4.50·10^{-7} C sono disposte ai vertici di un triangolo equilatero di lato L = 22.0 cm. Dalla parte opposta rispetto al vertice, a una distanza $H/2$ dalle due cariche della base (vedi figura), è posta una lamina infinita di densità di carica σ.

a) Sapendo che la carica q del vertice subisce una forza elettrostatica nulla, calcolare il valore di σ.
b) Calcolare il valore del campo elettrico totale (modulo, direzione e verso) generato dalle 3 cariche e dalla lamina nel punto P, simmetrico rispetto al vertice del triangolo rispetto alla base.
c) Se il valore della densità σ viene triplicato, la carica q del vertice inizia a muoversi. Calcolare la velocità con la quale passa per il punto P, supponendo che questa carica abbia massa m = 70.0 g e possa passare attraverso la lamina senza problemi.

Soluzione 1

a. All'istante t_0 la pallina di massa m si trova in equilibrio con il meccanismo di blocco della molla e NON con la molla in compressione. Quindi la risultante delle forze sarà nulla e le forze agenti sulla pallina saranno:

1→ La forza peso di componenti $P_0 = mg \sin\alpha$ parallela al piano inclinato e una componente $P_1 = mg \cos\alpha$ perpendicolare al piano stesso.

2→ Ad esse si opporranno due reazioni vincolari: quella della superficie del piano e quella del blocco.

b. La rimozione del blocco implica che la pallina sia soggetta sia alla propria forza peso, sia alla forza di spinta della molla che tende a ripristinare la propria posizione di equilibrio. L'energia iniziale della pallina sarà quindi data da una energia cinetica nulla e da un potenziale: $U = mg\, L_0 \sin\alpha + 1/2\, k\, L_0^2$.

Al vertice del piano, corrispondente ad una quota $H = S \sin\alpha$, la pallina avrà una energia totale $E = K + mgH$, conservata rispetto alla iniziale a meno del lavoro della componente della forza peso che agisce per i 3m successivi al punto di distacco.

Quindi: $mg\, L_0 \sin\alpha + 1/2\, k\, L_0^2 - 3mg\, \mu_d \sin\alpha = K + 5mg \sin\alpha$ da cui si ricava il modulo del vettore di velocità al vertice del piano.

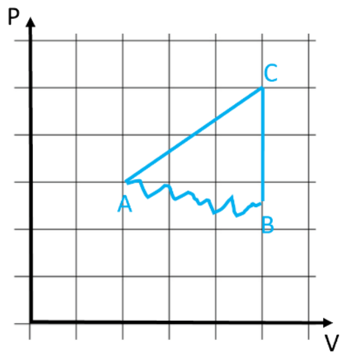
$v^2 = 2\,(50 - 7mg\ 0.6 \sin\alpha) \rightarrow v = 9.79$ m/s

Il vettore della velocità sarà inclinato di un angolo α rispetto al suolo.

c. La pallina percorrerà un tratto orizzontale D con velocità costante $v \cos\alpha = 8.48$ m/s per un tempo di volo determinato da un moto uniforme per cui:

$t = D/v = 10/8.48 = 1.18$ s

Soluzione 2



Il ciclo puo' essere cosi' disegnato

(a) Nello stato A le n = 4 moli di gas monoatomico hanno $T_A = 290$ K e $P_A = P_0 + mg/A = 114\,950$ Pa per cui il volume del gas è:

$V_A = n R T_A/P_A = 0.0839\ m^3$

(b) La trasformazione AB è una espansione irreversibile fino al volume $V_B = 2.5\, V_A = 0.210\ m^3$. Si noti che AB non è un'isobara, perche' appena si toglie il pesetto la pressione diminuisce P_A (e il volume aumenta).

Essendo la trasformazione da A a B irreversibile, si deve calcolare il lavoro fatto dalla forza esterna (considerando la situazione in cui il peso è stato già rimosso, quindi la pressione esterna è solo P_0).

$L_{ext,AB} = - P_0\,(V_B – V_A) = - 12\ 752$ J

Il lavoro fatto dal gas nell'espansione irreversibile è:

L_{AB} = - $Lext_{,AB}$ = 12 752 J, positivo perché AB è un' espansione (lavoro compiuto).

La trasformazione BC è una isocora reversibile, per cui L_{BC} = 0.

Nella trasformazione BC il volume rimane costante e la pressione raddoppia, per cui P_C = 2 P_B = 2 P_0 = 202 650 Pa

La trasformazione CA è una trasformazione lineare, quindi conviene calcolare il lavoro come l'area sottesa alla retta CA (area del trapezio):

L_{CA} = (P_A + P_C)*(V_C – V_A)/2 = (P_A + 2 P_B)*(V_B – V_A)/2 = -20 025 J, negativo come atteso in quanto è una compressione (lavoro subito).

Il lavoro totale è quindi L_{AB} + L_{CA} = - 7 273 J, negativo come atteso perche' il ciclo è percorso in senso antiorario.

Essendo un ciclo, Q_{tot} = L_{tot} = - 7 273 J < 0 dunque è calore ceduto.

(b) ΔU = n c_v (T_C - T_A), con c_v per gas monoatomici = 3/2 R e $T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{202650x0.210}{4x8.314} = 1280K$

ΔU = 4 · 1.5 · 8.314 (1280 - 290) = 4.94 · 10^4 J

Soluzione 3

a) Solo la componente lungo y è diversa da zero. Imponendo che il campo totale sia nullo si ha:

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = -2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{L^2}\cos 30° \quad \Rightarrow \quad \sigma = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\frac{q}{L^2} = -2.56 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C/m^2}$$

b) Il campo delle due cariche della base e quello della lamina cambiano entrambi di segno passando dalla posizione al vertice del triangolo a quella del punto P. Siccome si controbilanciavano, anche nel punto P la loro somma sarà nulla. Resta solo il contributo nel punto P della carica al vertice del triangolo:

$$E(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(2L\sin 60°)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{3L^2} = 8.89 \cdot 10^9 \frac{4.5 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 0.22^2} = 2.79 \cdot 10^4 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\ \text{(verso il basso)}$$

c) Applicando la conservazione dell'energia meccanica si ha $v = \sqrt{\frac{2q}{m}\Delta V}$ dove per il calcolo della differenza di potenziale si deve considerare che il contributo delle cariche della base è nullo e quindi si può considerare solo la lamina:

$$v = \sqrt{\frac{2q}{m}\frac{|3\sigma|H}{2\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4.5 \cdot 10^{-7}}{7 \cdot 10^{-2}}\frac{3 \cdot 2.56 \cdot 10^{-6} \cdot 0.22 \cdot 0.866}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}}} = 1.03\ \mathrm{m/s}$$