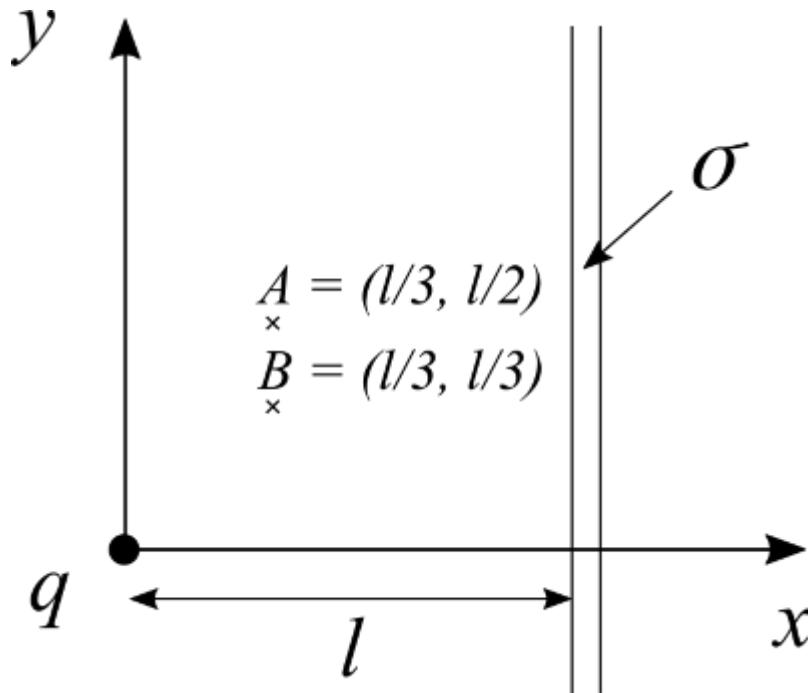


PROVA SCRITTO FISICA II - 12/01/2024

Esercizio 1

Un sistema è composto da una carica negativa $q = -10^{-9}$ C posta nell'origine degli assi e da un piano isolante, posto parallelamente all'asse y a distanza $l = 10$ cm dall'origine e caricato positivamente con una distribuzione uniforme di densità superficiale $\sigma = 2 \times 10^{-7}$ C/m² (si veda la figura).



1. Determinare il campo elettrostatico nel punto $A = (l/3, l/2)$ (9 punti).

- Il campo totale è dato dalla sovrapposizione dei campi generati dal piano e dalla carica, che valgono:

$$\vec{E}_p = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{x}$$

$$\vec{E}_c = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}_A}{r_A^2}$$

dove $r_A = l\sqrt{13}/6$ e $\hat{r}_A = \frac{1}{r_A}(l/3, l/2) = 1/\sqrt{13}(2, 3)$, quindi

$$\vec{E}_c = \frac{9q}{\pi\epsilon_0 13\sqrt{13}l^2} (2, 3)$$

Sommando i contributi si trova

$$\vec{E} = \left(-\frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{18q}{\pi\epsilon_0 13\sqrt{13}l^2}, \frac{27q}{\pi\epsilon_0 13\sqrt{13}l^2} \right)$$

2. Calcolare la differenza di potenziale tra il punto $B = (l/3, l/3)$ ed il punto A (7 punti).

- La differenza di potenziale in generale è la somma dei due diversi contributi. In questo caso specifico, però, la distanza dei due punti dal piano è la stessa, quindi la differenza di potenziale si riduce a

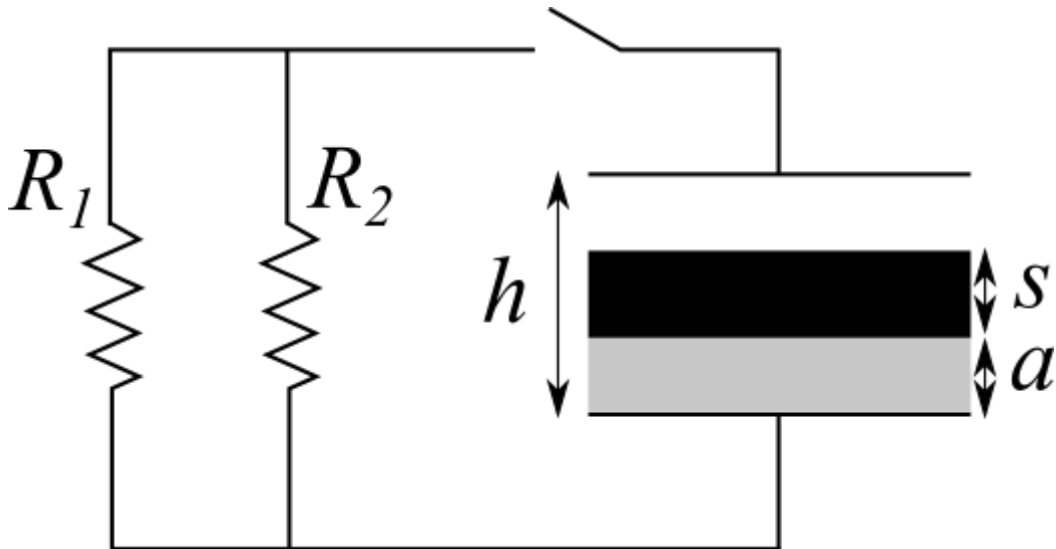
$$\Delta V = \Delta V_p + \Delta V_c = \Delta V_c = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_B} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{6}{\sqrt{13}} \right) = 41 \text{ V}$$

quindi

$$\Delta V = 41 \text{ V}$$

Esercizio 2

Un condensatore piano di superficie $\Sigma = 100 \text{ cm}^2$ e altezza $h = 6 \text{ mm}$ è riempito parzialmente da una lastra conduttrice di spessore $s = 2 \text{ mm}$ (in nero) e da un dielettrico di spessore $a = 2 \text{ mm}$ e $\kappa = 4$ (in grigio), disposti come in figura. Il condensatore è posto all'interno del circuito in figura. Le due resistenze valgono $R_1 = 30 \Omega$ e $R_2 = 10 \Omega$. L'interruttore è inizialmente aperto.



1. Disegnare il circuito equivalente, calcolando esplicitamente i valori degli elementi equivalenti (7 punti).

- La resistenza equivalente vale $R_{\text{eq}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = 7.5 \Omega$. La capacità equivalente si può calcolare considerando il condensatore come l'equivalente di due condensatori in serie oppure utilizzando direttamente la definizione. Scegliamo questa seconda via e calcoliamo la d.d.p. tra le armature:

$$\Delta V = \frac{qa}{\epsilon_0 \Sigma} + \frac{qa}{\kappa \epsilon_0 \Sigma}$$

e quindi

$$C_{\text{eq}} = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 \Sigma \kappa}{a} \frac{1}{1 + \kappa} = 3.54 \times 10^{-11} \text{ F}$$

2. Tra le due armature vi è una d.d.p. $\Delta V = 50 \text{ V}$. Calcolare la carica immagazzinata dal condensatore (3 punti).

- Utilizzando la relazione che lega le quantità in gioco troviamo

$$q = C_{\text{eq}} \Delta V = 1.77 \times 10^{-9} \text{ C}$$

3. Si chiude l'interruttore e si aspetta che non scorra più alcuna corrente nel circuito. Calcolare tutta l'energia dissipata sulla resistenza equivalente (6 punti). *Nota Bene:* non è necessario studiare il processo di scarica per risolvere questo punto.

- L'energia dissipata non può essere che quella contenuta nel condensatore, che vale

$$U_e = \frac{1}{2} q \Delta V = 4.42 \times 10^{-8} \text{ J}$$