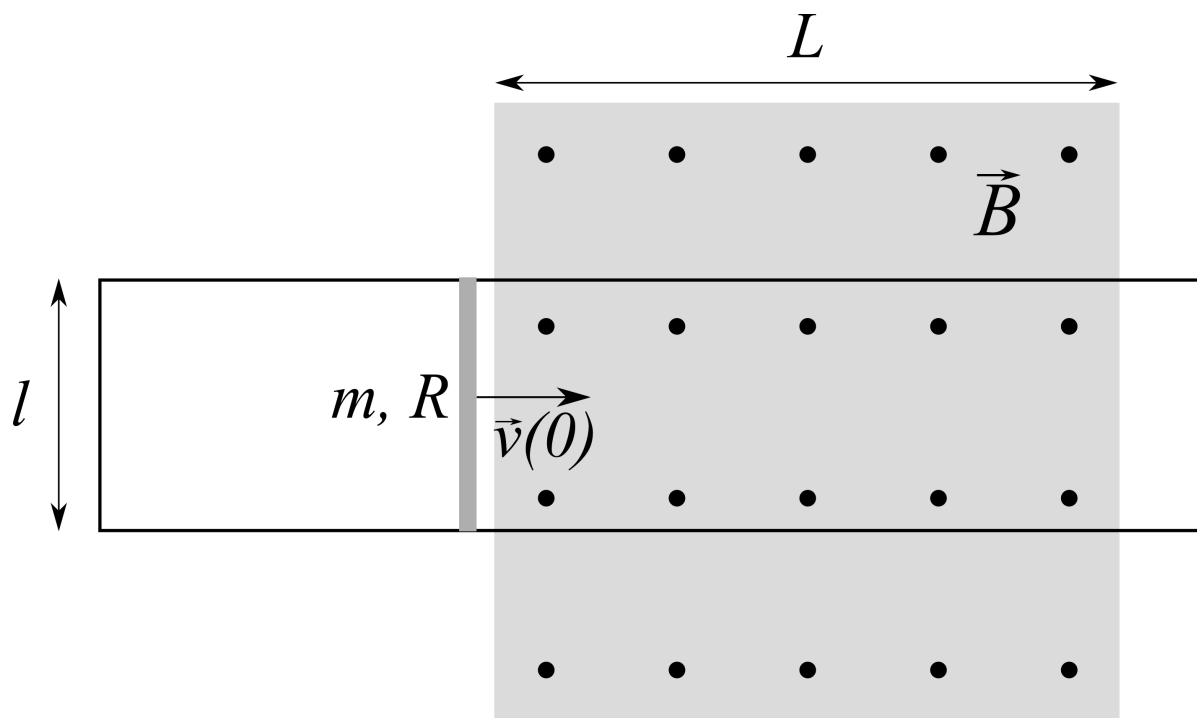


Esercizio 54

Testo



Una sbarretta conduttrice di massa $m = 5 \text{ g}$ e di lunghezza $l = 25 \text{ cm}$ scorre liberamente su due binari orizzontali ai quali è elettricamente connessa. I due binari sono connessi tra di loro da una resistenza $R = 15 \Omega$. Per un tratto di lunghezza $L = 40 \text{ cm}$ i binari sono attraversati da un campo magnetico uniforme $B = 2.5 \text{ T}$ diretto verticalmente ed uscente dal foglio (vedi disegno). La sbarretta arriva al tempo $t = 0$ nella zona con campo magnetico con una velocità $v(0) = 2.5 \text{ m/s}$. Determinare

1. il verso e l'intensità della corrente che fluisce nella barretta a $t = 0$;
2. la carica fluita nel circuito sbarretta-rotaie-resistenza dopo che la sbarretta è uscita dalla zona con campo magnetico;
3. la velocità di uscita della barretta;
4. la dimensione della regione di campo che si dovrebbe avere per far fermare completamente la sbarretta.

Soluzione

1. La corrente deve opporsi all'aumentare del flusso, e quindi, dovendo generare un campo opposto a B , scorrerà in verso orario. L'intensità della corrente si trova applicando la legge di Faraday, ricordando che il flusso è

$$\Phi(B) = lBx(t)$$

e quindi

$$\mathcal{E}_i(t) = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -lBv(t)$$

che calcolata in 0 vale $\mathcal{E}_i(0) = -lBv(0)$, da cui si ricava

$$i = \frac{lbv(0)}{R} = 0.104 \text{ A}$$

2. La variazione di flusso a cui è sottoposta la spira è semplicemente

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = -\Phi_2 = -lLB$$

e quindi la carica è data dalla legge di Faraday:

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R} = -0.017 \text{ C.}$$

3. In questo caso la velocità con cui si muove la sbarretta non è costante poiché comincerà a rallentare non appena entrata nella regione di campo come conseguenza della presenza della forza di attrito elettromagnetico data da

$$F(t) = -\frac{l^2 B^2}{R} v(t)$$

dove omettiamo i simboli di vettore perché forza e velocità sono sempre parallele. Ricordando che $v(t) = dx/dt$ e $a(t) = F(t)/m$ e definendo t_u come il tempo a cui la sbarretta esce dalla regione di campo possiamo risolvere direttamente l'equazione che lega accelerazione a velocità:

$$v(t_u) = v(0) + \int_0^{t_u} a(t) dt = v(0) - \int_0^{t_u} \frac{l^2 B^2}{mR} v(t) dt = v(0) - \int_0^{t_u} \frac{l^2 B^2}{mR} \frac{dx}{dt} dt = v(0) - \int_0^L \frac{l^2 B^2}{mR} dx$$

che si può risolvere immediatamente per ottenere

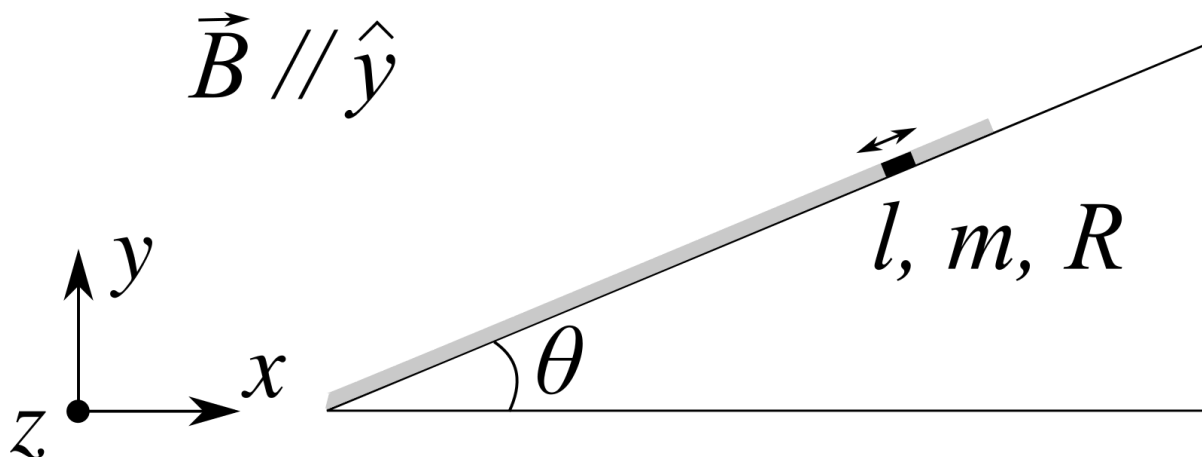
$$v(t) = v(0) - \frac{l^2 B^2 L}{mR} = 0.42 \text{ m/s}$$

4. Far fermare la sbarretta significa imporre $v(t) = 0$. Sostituendo questo valore nell'equazione precedente si trova

$$L = \frac{v(0)mR}{l^2 B^2} = 0.48 \text{ m}$$

Esercizio 55

Testo



In un piano inclinato di angolo $\theta = \pi/6 = 30^\circ$ sono poste due rotaie parallele, distanti $l = 10 \text{ cm}$, di resistenza elettrica trascurabile e connesse elettricamente tra loro alla sommità. Su di esse può scorrere senza attrito una sbarretta conduttrice di massa $m = 10 \text{ g}$ e resistenza elettrica $R = 0.1 \Omega$. Il tutto è immerso in un campo magnetico uniforme e costante, diretto verticalmente, di

modulo $B = 0.5$ T. Ad un certo istante la sbarretta viene lasciata libera di scivolare lungo il piano inclinato. Determinare:

1. verso e intensità della corrente indotta nella spira individuata dal sistema rotaie-sbarretta in funzione della velocità della sbarretta.
2. la velocità limite della sbarretta nel suo moto di scivolamento.

Soluzione

1. Il verso è dato dalla legge di Lenz: poiché il flusso attraverso la spira aumenta, il campo magnetico generato dalla corrente indotta deve opporsi a quello esterno e quindi, nel sistema di riferimento indicato in figura, la corrente scorre lungo $-\hat{z}$ all'interno della sbarretta. Possiamo ricavare la corrente a partire dalla legge di Faraday. Il flusso del campo attraverso la superficie della spira è

$$\Phi(B) = lxB \cos \theta$$

perché tra la normale alla spira e il campo magnetico vi è un angolo θ . x indica lo spostamento della sbarretta lungo il piano parallelo rispetto alla sua posizione iniziale. La forza elettromotrice indotta sarà quindi

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -lB \cos \theta v(t)$$

perché $dx/dt = v(t)$, quindi la corrente ha intensità

$$i = \frac{lB \cos \theta v(t)}{R}$$

2. La velocità limite si raggiunge quando v rimane costante durante il moto. Affinché la velocità sia costante l'accelerazione deve essere nulla, e quindi la somma delle forze deve anch'essa azzerarsi. Le componenti ortogonali al piano si azzerano in forza della reazione normale. Le componenti parallele, d'altro canto, devono azzerarsi perché uguali in modulo ma opposte in verso. Col sistema di riferimento indicato in figura la forza peso ha direzione $-\hat{y}$, mentre quella magnetica vale

$$\vec{F}_m = i\vec{l} \times \vec{B} = \frac{l^2 B^2}{R} \cos \theta v(t) \hat{x}$$

poiché la corrente scorre nella sbarretta verso \hat{z} e \vec{B} è diretto lungo \hat{y} . Eguagliando le intensità delle componenti delle due forze lungo il piano inclinato si trova

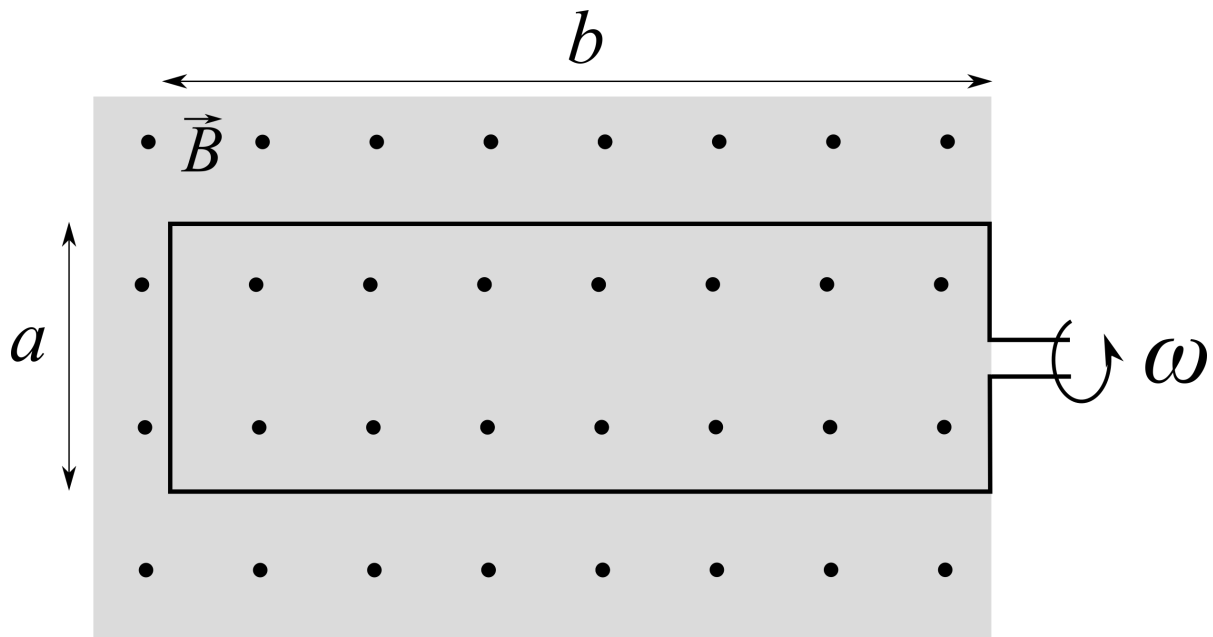
$$mg \sin \theta = \frac{l^2 B^2}{R} \cos^2 \theta v_{\text{lim}}$$

da cui si ricava

$$v_{\text{lim}} = \frac{mgR \tan \theta}{l^2 B^2 \cos \theta}$$

Esercizio 56

Testo



Una bobina rettangolare formata da $N = 100$ spire sovrapposte di lati $a = 1$ cm e $b = 5$ cm è collegata a dei collettori circolari e ruota intorno all'asse che passa per i lati corti con velocità angolare ω all'interno di una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme $B = 0.4$ T.

1. Ricavare l'espressione del flusso quando la bobina si trova nella posizione in figura (cioè quando B è ortogonale al piano della spira)
2. Determinare l'espressione della differenza di potenziale massima tra i collettori, specificando per quale posizione della bobina valga.
3. Calcolare a quale velocità angolare la bobina deve ruotare per ottenere una differenza di potenziale massima pari a 100 V.

Soluzione

1. Nella posizione data il campo e la normale alla bobina sono paralleli, quindi il flusso è la somma dei flussi che passano attraverso le N spire, quindi

$$\Phi(B) = N ab B = 0.02 \text{ Wb}$$

2. Se definiamo $\theta = \omega t$ l'angolo tra la normale alla bobina e il campo, il flusso vale

$$\Phi(B) = N ab B \cos \theta = N ab B \cos(\omega t)$$

e quindi applicando la legge di Faraday troviamo

$$\mathcal{E}_i = \omega N ab B \sin(\omega t)$$

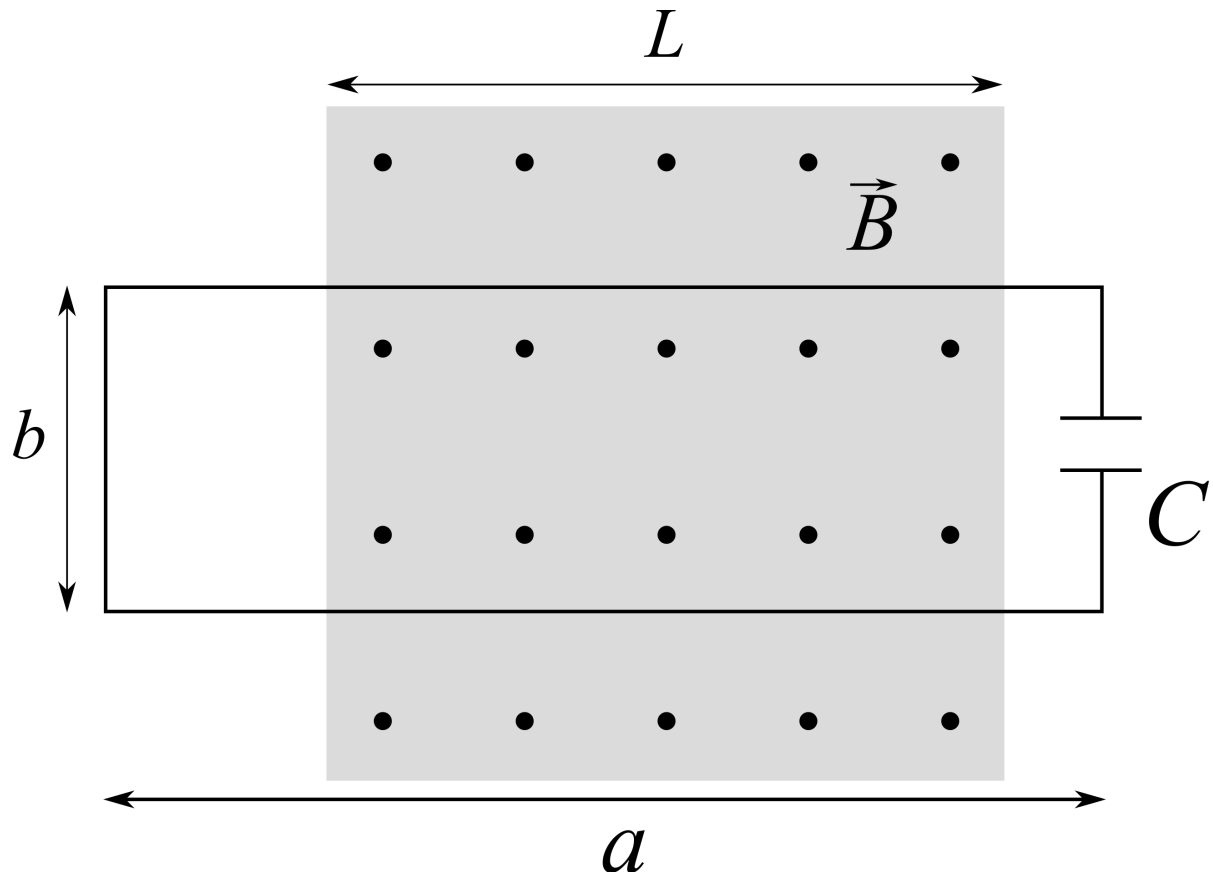
che è massimo quando $\theta = \omega t = \pi/2$, cioè quando campo e bobina sono ortogonali.

3. Utilizzando la formula di prima e imponendo $\mathcal{E}_i = 100$ V troviamo

$$\omega = \frac{\mathcal{E}_i}{N ab B} = 5000 \text{ rad/sec}$$

Esercizio 57

Testo



Un circuito chiuso di forma rettangolare di dimensioni a cm e b cm contenente un condensatore di capacità C è parzialmente immerso in una regione di campo magnetico larga L cm (vedi disegno). Il campo magnetico ha direzione e verso ortogonale al circuito e modulo che varia nel tempo con la legge $B(t) = B_0 \exp(-t/\tau)$. Determinare segno e quantità di carica $q(t)$ presente sulle armature del condensatore.

Soluzione

Applichiamo la legge di Faraday utilizzando come cammino il circuito percorso in senso antiorario, così che la normale alla superficie sia parallela al campo magnetico. Il flusso del campo attraverso questa superficie è

$$\Phi(B) = B_0 b L \exp(-t/\tau)$$

e quindi la forza elettromotrice indotta vale

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = \frac{B_0 b L \exp(-t/\tau)}{\tau}.$$

La f.e.m. è positiva e quindi coerente con il verso scelto antiorario scelto. Come conseguenza, il condensatore avrà l'armatura superiore carica negativamente e quella inferiore carica positivamente. La differenza di potenziale ai capi delle armature non può che essere la f.e.m. indotta, quindi la carica varrà

$$q(t) = C \mathcal{E}_i = \frac{C B_0 b L \exp(-t/\tau)}{\tau}.$$