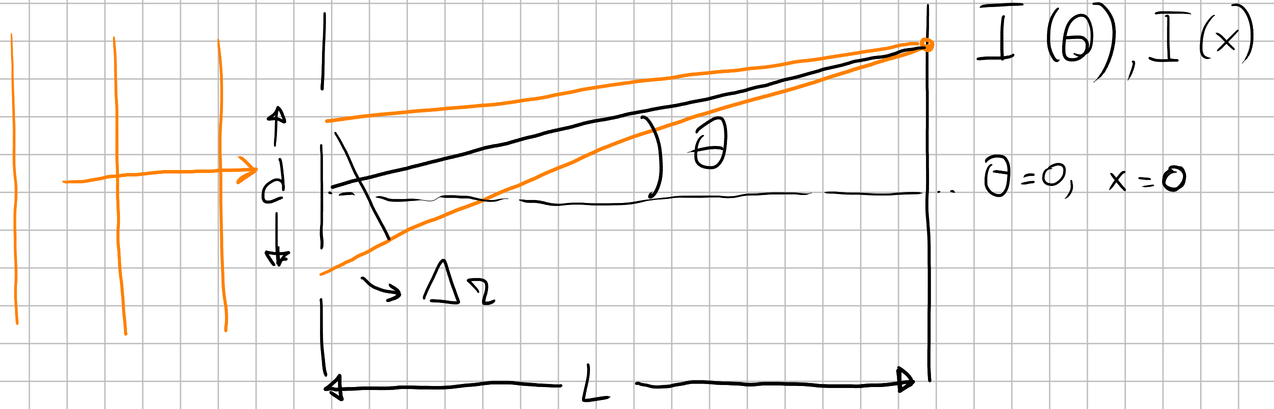
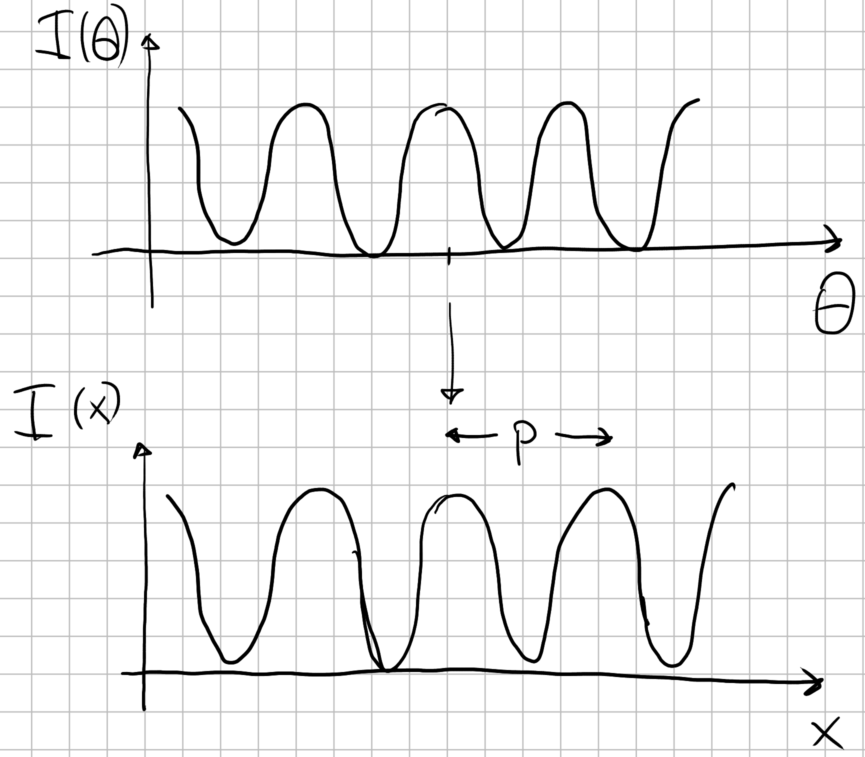
ESERCIZIO 63

Si consideri un esperimento di Young effettuato con luce arancione di lunghezza d'onda $\lambda_1 = 610$ nm. Il sistema di frange di interferenza prodotte in esso è caratterizzato da una distanza tra massimi consecutivi pari a $p = 0.47$ mm. Si assuma che la distanza tra schermo e fenditure sia pari a $L = 77$ cm.

1. Calcolare la distanza d tra le due fenditure.
2. Determinare la lunghezza d'onda λ_2 per la quale lo stesso dispositivo produce un sistema di frange d'interferenza avente spaziatura $p_2 = 0.91$ mm.
3. Determinare la spaziatura delle frange p_a che la stessa luce arancione del primo punto genererebbe qualora il dispositivo venisse immerso in acqua (indice di rifrazione $n_a = 1.33$).
4. Qual è la densità di frange nell'ultimo caso?

SVOLGIMENTO





$$\sin\theta \approx \operatorname{tg}\theta = \frac{x}{L}$$

$$\Delta r = m\lambda = d\sin\theta \approx d\,\frac{x}{L} \Rightarrow$$

$$x_M = m\,\frac{\lambda L}{d} \Rightarrow p = (m+1)\frac{\lambda L}{d} - \frac{m\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d} \Rightarrow d = \frac{\lambda L}{p} = 1\ \text{mm}$$

$$\boxed{p = \Delta x_M = \frac{\lambda L}{d}}$$

(2) λ_2 : $p_2 = 0.91$ mm , $p = \frac{\lambda L}{d} \Rightarrow p_2 = \frac{\lambda_2 L}{d} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{p_2 d}{L} = 1180$ nm

(3) $n = 1 \longrightarrow n_a = 1.33$, $p_a = ?$

$\lambda \longrightarrow \frac{\lambda}{n_a} \Rightarrow p_a = \frac{\lambda_a L}{d} = \frac{\lambda}{n_a}\frac{L}{d} = 0.28$ mm

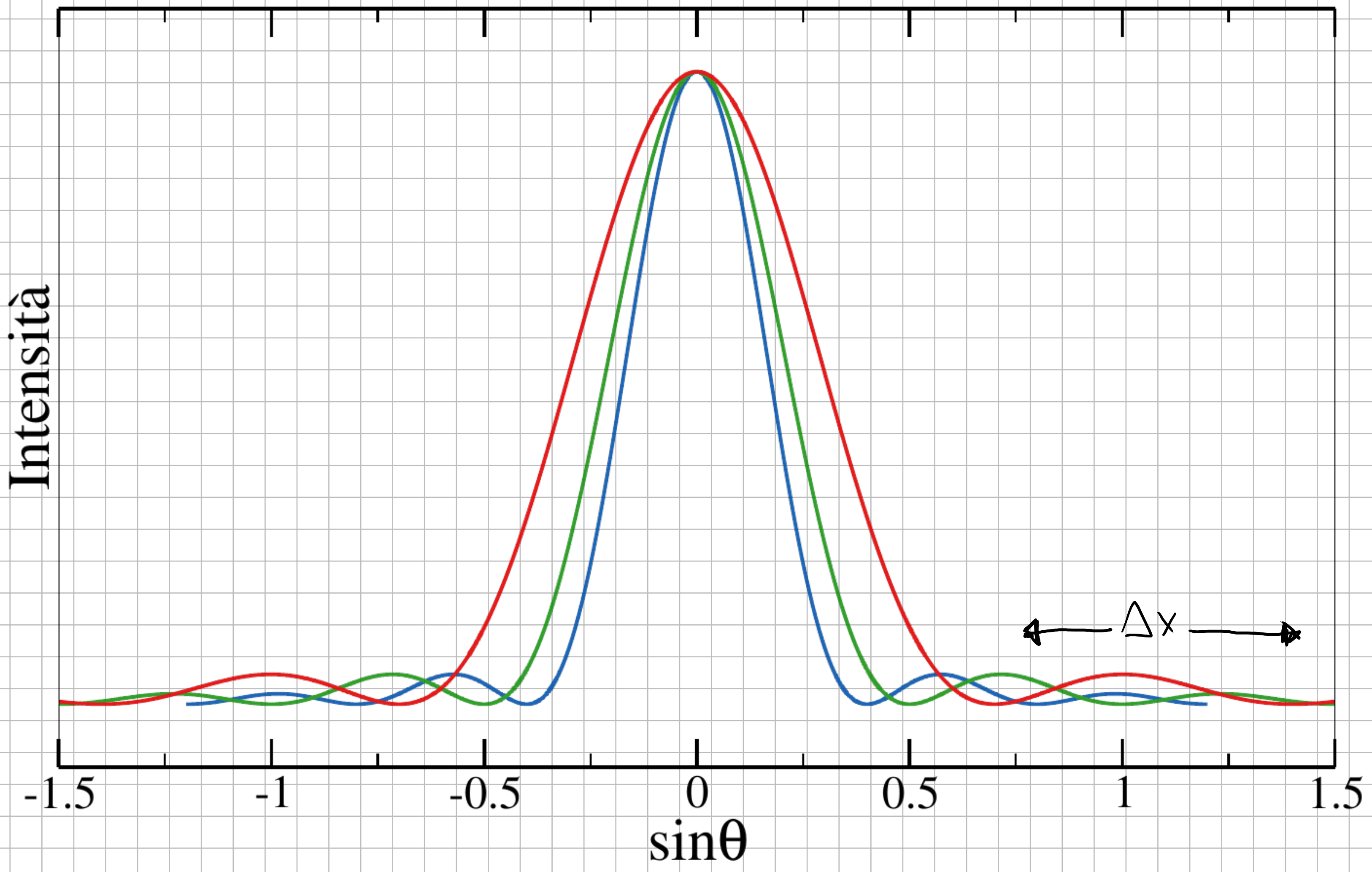
(4) $D \equiv \frac{1}{p_a} = 3.5\ mm^{-1} = 35\ cm^{-1}$

ESERCIZIO 64

Su una lastra di materiale è praticata una fenditura di larghezza a, che viene illuminata con luce di lunghezza d'onda $\lambda_1 = 350$ nm e $\lambda_2 = 450$ nm che incide perpendicolarmente alla fenditura. Su uno schermo posto a distanza $L = 6$ m (molto maggiore delle dimensioni della fenditura stessa), si osserva che la distanza spaziale tra i minimi di diffrazione del secondo ordine delle due componenti della luce è pari a $\Delta x = 6$ cm.

1. Determinare la larghezza a della fenditura;
2. Calcolare l'intensità relativa delle due onde in direzione normale allo schermo sapendo che l'intensità relativa delle due onde nella direzione $\theta = \pi/5$ è pari a $I_1(\pi/5)/I_2(\pi/5) = 0.06$.

SVOLGIMENTO



① $\sin\theta_{MIN} = m\frac{\lambda}{a} \approx \frac{x_{MIN}}{L} \Rightarrow x_{MIN} = \underbrace{m}_{\text{ORDINE}}\frac{\lambda L}{a}$

$$\Delta x = \frac{2\lambda_2 L}{a} - \frac{2\lambda_1 L}{a} = \frac{2\Delta\lambda L}{a} \Rightarrow a = \frac{2\Delta\lambda L}{\Delta x} = 20\,\mu m$$

② $I_1(\theta), I_2(\theta)$

$$I(\theta) = I(0)\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta}\right]^2$$

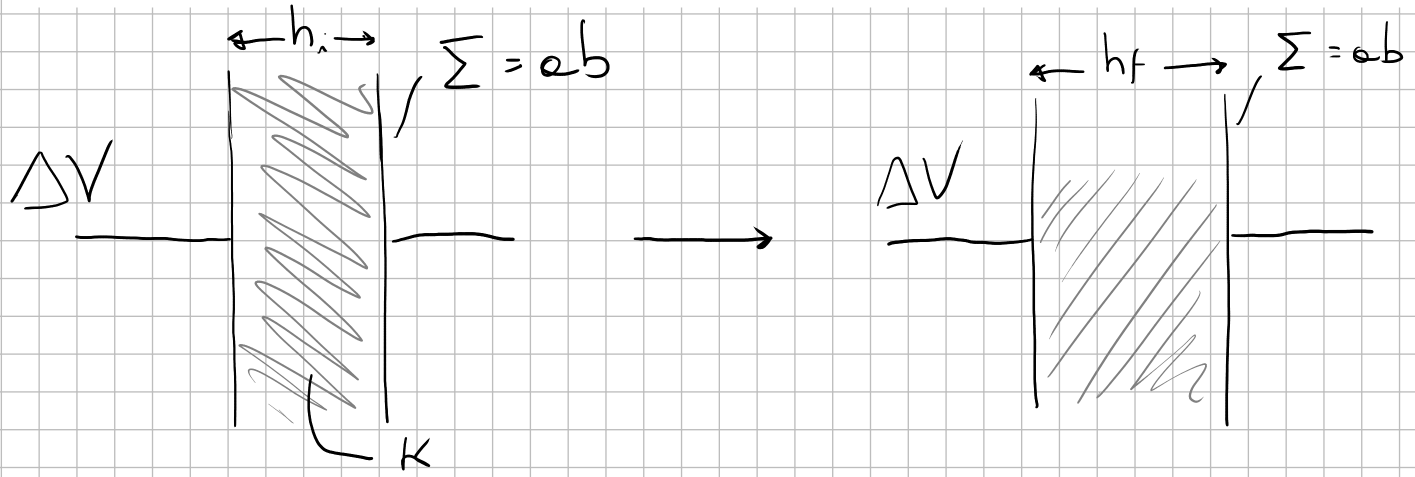
$$\frac{I_1\left(\frac{\pi}{5}\right)}{I_2\left(\frac{\pi}{5}\right)} = \frac{I_1(0)}{I_2(0)}\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda_1}\sin\frac{\pi}{5}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda_2}\sin\frac{\pi}{5}\right)}\,\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2} = 0.06 \Rightarrow$$

$$\frac{I_1(0)}{I_2(0)} = 0.06\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda_2}\sin\frac{\pi}{5}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda_1}\sin\frac{\pi}{5}\right)}\,\frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} = 0.015$$

ESERCIZIO 65

Un condensatore piano di dimensioni $a \times b \times h_i$ è riempito completamente con un liquido incomprimibile dielettrico di costante relativa κ e mantenuto da un generatore ad una d.d.p. ΔV costante. Se la distanza tra le due armature diventa $1.5h_i$,

1. come varia la capacità del condensatore?
2. se prima di fare questa operazione di allontanamento il generatore venisse spento, cosa succederebbe?
3. se l'operazione precedente venisse ripetuta per un dielettrico solido, quale sarebbe l'espressione della d.d.p.?

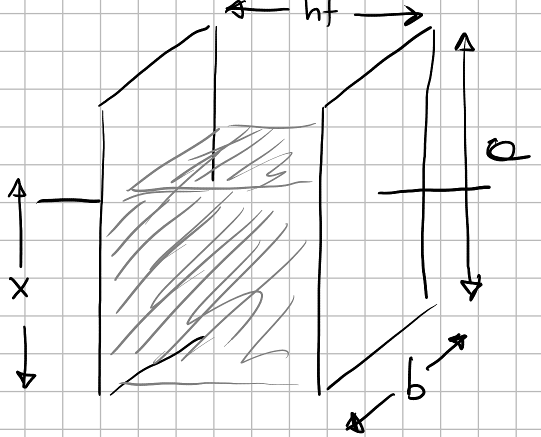


SVOLGIMENTO

① $C_i = \dfrac{\varepsilon_0 \overset{ab}{\overset{\shortparallel}{\Sigma}}}{h_i} k$, $V_i = a b h_i$, $V_f = x b h_f = 1.5\, x b h_i$

VOLUME

ma $V_i = V_f \Rightarrow a \cancel{b} \cancel{h_i} = \frac{3}{2} x \cancel{b} \cancel{h_i} \Rightarrow x = \frac{2}{3} a$



$$C_f = \frac{\varepsilon_0 \frac{1}{3} ab}{h_f} + \varepsilon_0 \frac{\frac{2}{3} ab}{h_f} k = \varepsilon_0 \frac{2}{9} \frac{ab}{h_i} + \varepsilon_0 \frac{4}{9} \frac{ab}{h_i} k =$$

$$= \frac{2}{3} \varepsilon_0 \frac{ab}{h_i} (1 + 2k)$$

$$\Delta C = C_f - C_i$$

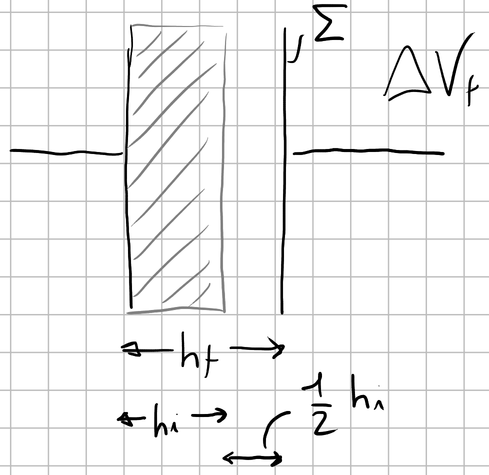
② $q = C \Delta V$, $q_i = C_i \Delta V$, $q_f = C_f \Delta V_f$, $q_i = q_f \Rightarrow$

$$C_i \Delta V = C_f \Delta V_f \Rightarrow \Delta V_f = \Delta V \frac{C_i}{C_f} = \Delta V \frac{9k}{4k+2}$$

VARIANTE : tengo il generatore attaccato

$$\Delta V = \Delta V_f \Rightarrow \frac{q_i}{C_i} = \frac{q_f}{C_f} \Rightarrow q_f = q_i \frac{C_f}{C_i} = q_i \frac{4k+2}{9k}$$

3



$$C_i = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{h_i} K \,, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{\frac{1}{2} h_i} = \frac{2 \varepsilon_0 \Sigma}{h_i} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C_f} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{h_i}{\varepsilon_0 \Sigma K} + \frac{h_i}{2 \varepsilon_0 \Sigma} = \frac{h_i}{\varepsilon_0 \Sigma} \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$= \frac{h_i}{\varepsilon_0 \Sigma} \left(\frac{2+K}{2K} \right) \Rightarrow \quad C_f = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{h_i} \frac{2K}{2+K} \Rightarrow$$

a) $q = C \Delta V \Rightarrow q_f = C_f \Delta V_f = C_i \Delta V \Rightarrow \Delta V_f = \frac{C_i}{C_f} \Delta V = \boxed{\Delta V \frac{2+K}{2}}$

b) $q_i = C_i \Delta V \,, \quad \sigma = \frac{q_i}{\Sigma} \,, \quad E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \,, \quad E_K = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 K} \Rightarrow \Delta V_f = E_K h_i + E_0 \frac{1}{2} h_i =$

$$= \frac{\sigma}{K \varepsilon_0} h_i + \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} h_i =$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} h_i \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{2} \right) = \boxed{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} h_i \left(\frac{K+2}{2K} \right)}$$

$$\Delta V = E_K h_i = \frac{\sigma}{K \varepsilon_0} h_i \Rightarrow \Delta V_f = \Delta V \left(\frac{K+2}{2} \right)$$