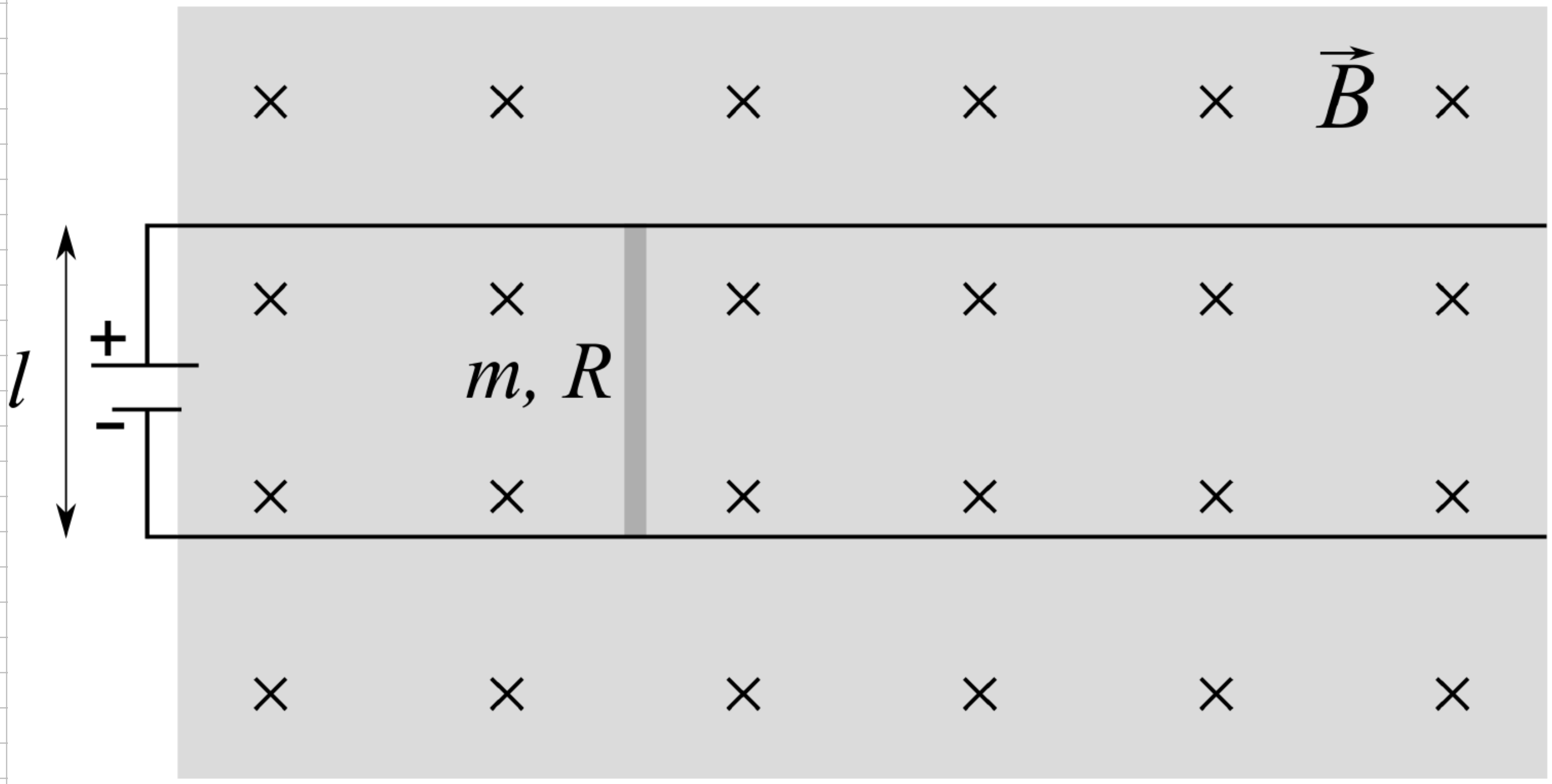
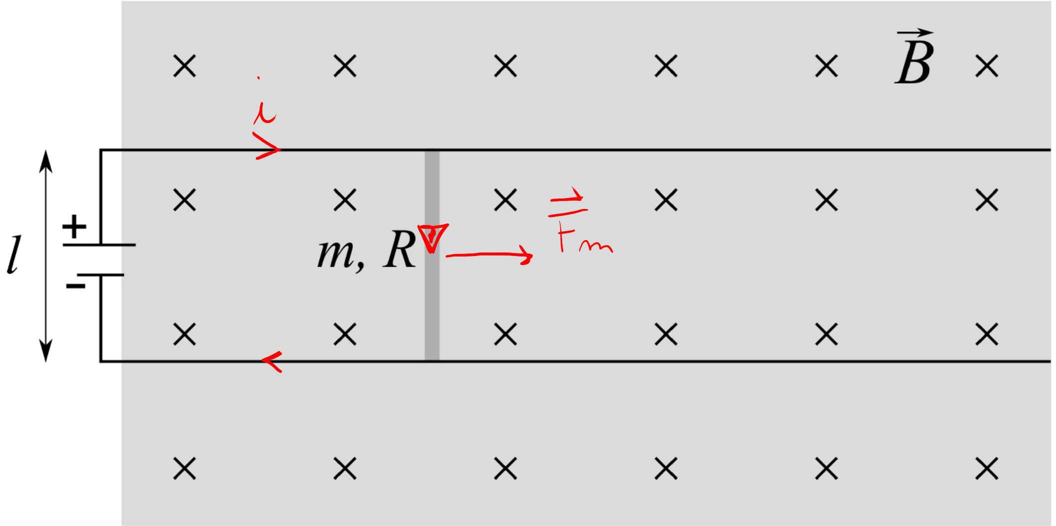
ESERCIZIO 58



Una barra conduttrice, di massa $m = 100$ g e resistenza $R = 500\,\Omega$, appoggia senza attrito su due binari orizzontali di resistenza trascurabile. La distanza tra i binari è $l = 40$ cm e il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme $B = 0.8$T, perpendicolare ai binari ed alla barra (entrante nel foglio, vedi figura). All'istante $t = 0$ la barra è ferma e tra i binari viene posto un generatore con la polarità indicata in figura.

- Se il generatore fornisce una corrente *costante* $i_0 = 0.2$ A calcolare:
  1. in che direzione si muove la sbarra;
  2. la velocità della sbarra al tempo $t_1 = 15$ s;
  3. il lavoro fatto dal generatore fino al tempo t_1.



① VERSO DESTRA

② $F_m = ma = i_0 B \ell \Rightarrow v(t) = at = \overbrace{\frac{i_0 B \ell}{m} t}^{v(t)}$

③ $P = \mathcal{E}(t)\, i_0$

$\underset{?}{\mathcal{E}(t)} = \mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_i$

$i_0, R \to R i_0 = \mathcal{E}_0$, quindi $\mathcal{E}(t) + \mathcal{E}_i = \mathcal{E}_0$

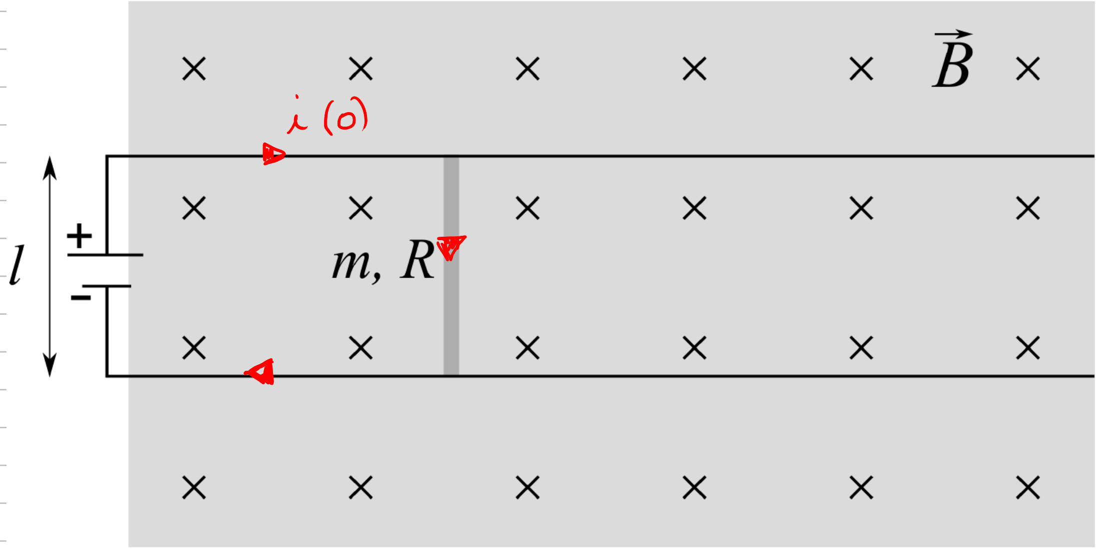
$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$, $\Phi(\vec{B}) = \overbrace{x(t)\ell}^{\Sigma(t)} B \Rightarrow \mathcal{E}_i = -v(t)\ell B \Rightarrow$

$\mathcal{E}(t) = R i_0 + v(t)\ell B = R i_0 + \frac{\ell^2 B^2 i_0 t}{m}$ D.D.P. EROGATA DAL GENERATORE AL TEMPO t

$$P = \mathcal{E}(t)\, i_0 = \underbrace{R i_0^2} + \underbrace{\frac{i_0^2 l^2 B^2 t}{m}} \Rightarrow W = \int_0^{t_1} P\, dt = \underbrace{R i_0^2 t_1} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{i_0^2 B^2 l^2 t_1^2}{m}}_{\frac{1}{2} m v^2(t)}$$

- Se invece il generatore fornisce una f.e.m. costante pari a $\mathcal{E}_0 = 8$ V calcolare

    1. la potenza fornita dal generatore quando la sbarra ha raggiunto la velocità limite;
    2. il valore della velocità limite.



① se $v = v_{LIM} \Rightarrow F_{TOT} = 0 \Rightarrow i = 0, P = 0$

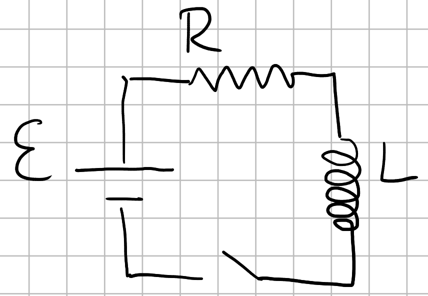
si ha $i = 0$ quando $|\mathcal{E}_0| = |\mathcal{E}_i|$

② $\mathcal{E}_0 = lBv_{LIM} \Rightarrow v_{LIM} = \dfrac{\mathcal{E}_0}{lB}$

ESERCIZIO 59

Un circuito è composto da una batteria di f.e.m. $\mathcal{E}$, da una resistenza $R = 0.1\,\Omega$, da un'induttanza ($L = 9.44$ H) e da un interruttore, inizialmente chiuso. Al tempo zero l'interruttore viene aperto. Sapendo che nei primi 15 s la corrente passa da 1.16 A a 10.2 mA. Determinare

1. il valore di $\mathcal{E}$;
2. il valore della resistenza R' presente tra i due poli dell'interruttore.



① $i(0) = 1.16\,A = \dfrac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow \mathcal{E} = i(0)R = 0.116\,V$

② $i(t) = i(0)\,e^{-t/\tau}, \quad \tau = \dfrac{L}{R'} \Rightarrow$

$i(15) = 10.2\,mA = i(0)\,e^{-\frac{15}{\tau}} \Rightarrow e^{-\frac{15}{\tau}} = \dfrac{i(15)}{i(0)} \Rightarrow$

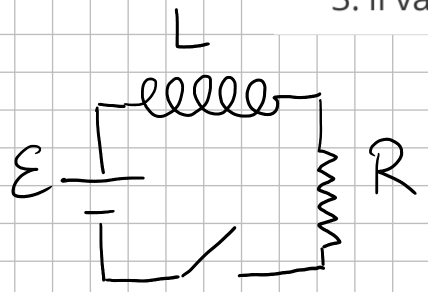
$-\dfrac{15}{\tau} = \log\dfrac{i(15)}{i(0)} = -\dfrac{15R'}{L} \Rightarrow R' = -\dfrac{L}{15}\log\left[\dfrac{i(15)}{i(0)}\right] = \dfrac{L}{15}\log\left[\dfrac{i(0)}{i(15)}\right] = 2.98\,\Omega$

$\log\dfrac{a}{b} = -\log\dfrac{b}{a}$

ESERCIZIO 60

Un induttore ($L = 4 \times 10^{-4}$ H) ed una resistenza ($R = 5\,\Omega$) sono posti in serie ad un generatore di tensione ($\mathcal{E} = 200$ V) collegato tramite un interruttore, inizialmente aperto. Al tempo zero l'interruttore viene chiuso. Determinare

1. il tempo che occorre affinché la corrente che fluisce nella resistenza raggiunga il 60% della corrente finale;
2. l'energia accumulata nel campo magnetico dopo che la corrente ha raggiunto il suo valore massimo;
3. il valore della corrente dopo un tempo pari a 3 costanti di tempo $\tau = L/R$.



① $i(t) = i_\infty\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \xrightarrow[t\to\infty]{} i_\infty = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow$

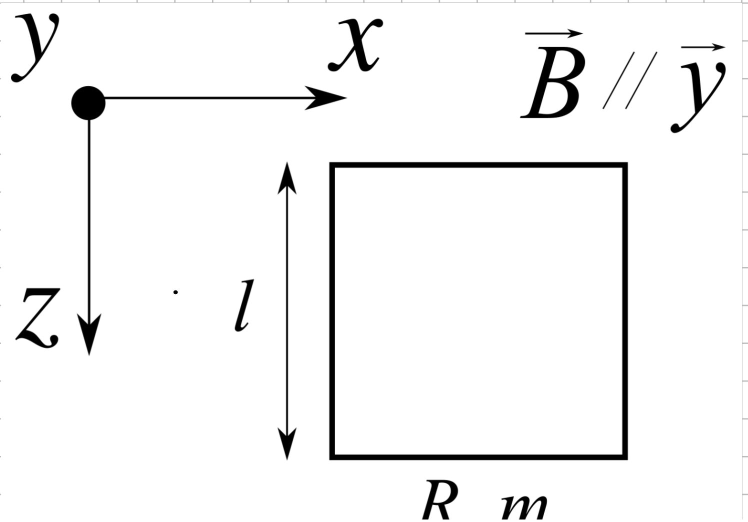
$\frac{i(t^*)}{i_\infty} = 0.6 = 1 - e^{-t^*/\tau} \Rightarrow e^{-t^*/\tau} = 1 - 0.6 = 0.4 \Rightarrow$

$-\frac{t^*}{\tau} = -\frac{t^* R}{L} = \log 0.4 \Rightarrow t^* = -\frac{L}{R}\log 0.4 = 7.2 \cdot 10^{-6}$ s

② $U_m = \frac{1}{2} L i_\infty^2 = \frac{1}{2} L \frac{\mathcal{E}^2}{R^2}$

③ $i(3\tau) = i_\infty\left(1 - e^{-3}\right) = 38$ A

ESERCIZIO 61

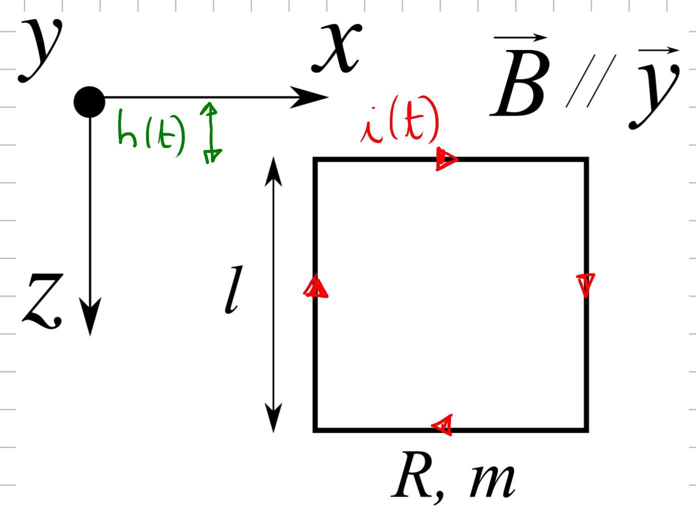


Una spira quadrata di resistenza $R = 10^{-3}\,\Omega$, massa $m = 10$ g e lato $l = 20$ cm viene lasciata cadere in una regione in cui è presente un campo di magnetico diretto lungo $\hat{y}$ avente modulo dipende dalla coordinata z:

$$B_y(z) = bz$$

con $b = 2T/m$.
La spira è orientata in maniera tale da avere normale parallela a $\vec{B}$.

1. Determinare intensità e verso della corrente.
2. Determinare il valore della velocità limite $v\_\lim$, trascurando l'autoinduzione della spira.
3. Calcolare la corrente che circola nella spira per $v = v\_\lim$.



SVOLGIMENTO

(1) $$\Phi(\vec{B}) = \int_\Sigma \vec{B}\cdot\hat{n}\, d\Sigma = \int_0^{l} dx \int_{h(t)}^{h(t)+l} bz\, dz = lb\int_{h(t)}^{h(t)+l} z\, dz =$$

$$= lb\left[\frac{1}{2}z^2\right]_{h(t)}^{h(t)+l} = \frac{1}{2}lb\left[\left(\cancel{h^2(t)} + l^2 + 2h(t)l\right) - \cancel{h^2(t)}\right] =$$

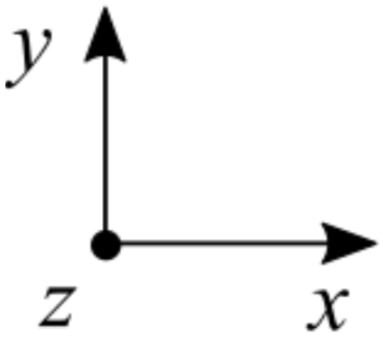
$$= \frac{1}{2}l^3 b + l^2 b\, h(t) \Rightarrow \mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -l^2 b\, v(t) \Rightarrow$$

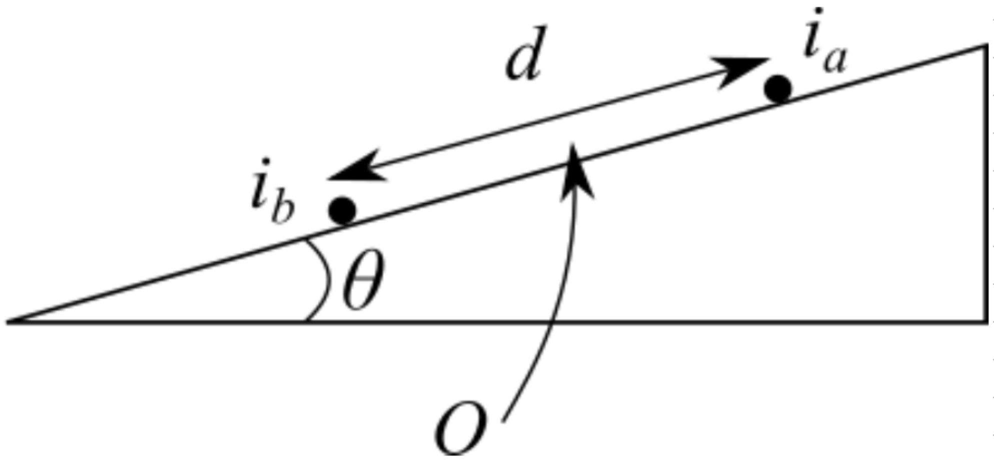
$$i = \frac{|\mathcal{E}_i|}{R} = \frac{l^2 b\, v(t)}{R}$$

(2) $$F_{TOT} = mg + \overbrace{\cancel{i l b h(t)}}^{\text{CAMPO SUL LATO IN ALTO}} - i\,\overbrace{lb\left(\cancel{h(t)} + l\right)}^{\text{CAMPO SUL LATO IN BASSO}} = mg - \frac{l^2 b\, v(t)}{R}\, l^2 b =$$

$$= mg - \frac{l^4 b^2 v(t)}{R}, \qquad mg - \frac{l^4 b^2 v_{LIM}}{R} = 0 \Rightarrow \boxed{v_{LIM} = \frac{Rmg}{l^4 b^2}}$$

ESERCIZIO 62

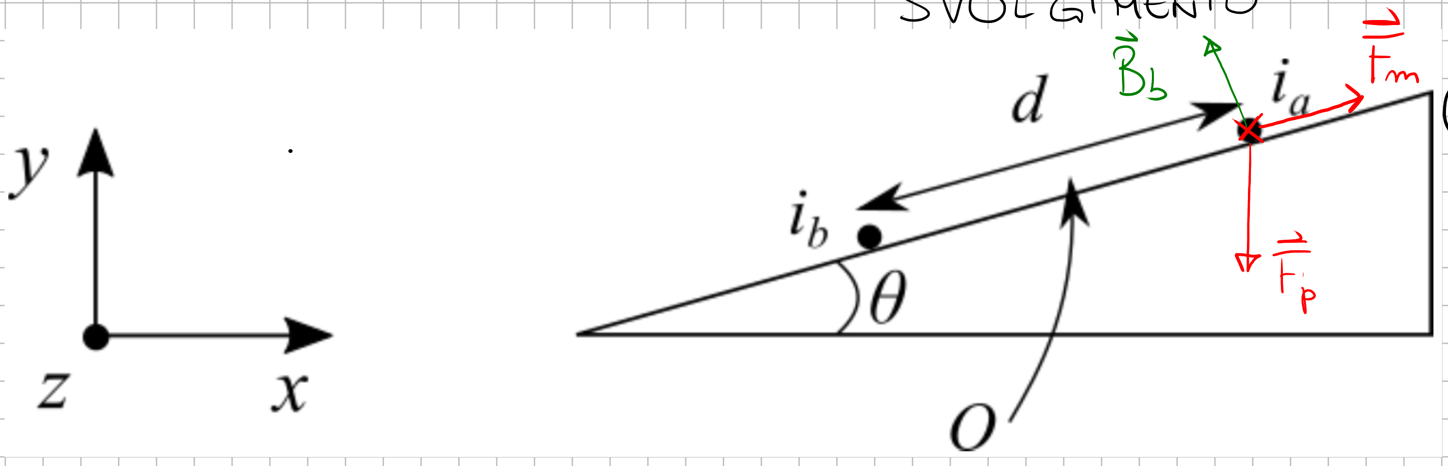




Due fili indefiniti sono posti su di un piano inclinato di un angolo $\theta = 10^\circ$. Il filo posto più in basso, in cui scorre una corrente $i_b = 20A$ in direzione $\hat{z}$ (considerando il sistema di riferimento indicato in figura), è fisso. Il filo più in alto, che ha densità di massa $\lambda = 0.01$ kg/m ed in cui scorre una corrente i_a, è libero di scivolare senza attrito sul piano. Se la distanza tra i due fili vale $d = 1$ cm, il filo più in alto rimane fermo. **Nota Bene:** la forza peso ha direzione $-\hat{y}$. In figura i cerchi utilizzati per disegnare i fili **non** indicano necessariamente la direzione della corrente che scorre.

1. Calcolare verso e intensità di i_a.
2. Determinare direzione, verso e intensità del campo magnetico presente nel punto O equidistante (distanza $d/2$) dai due fili (vedi figura).
3. Il sistema viene immerso in un campo magnetico uniforme di modulo $B = 0.1$ T e direzione $-\hat{z}$. Determinare il valore di i_a necessario affinché il sistema resti in equilibrio.

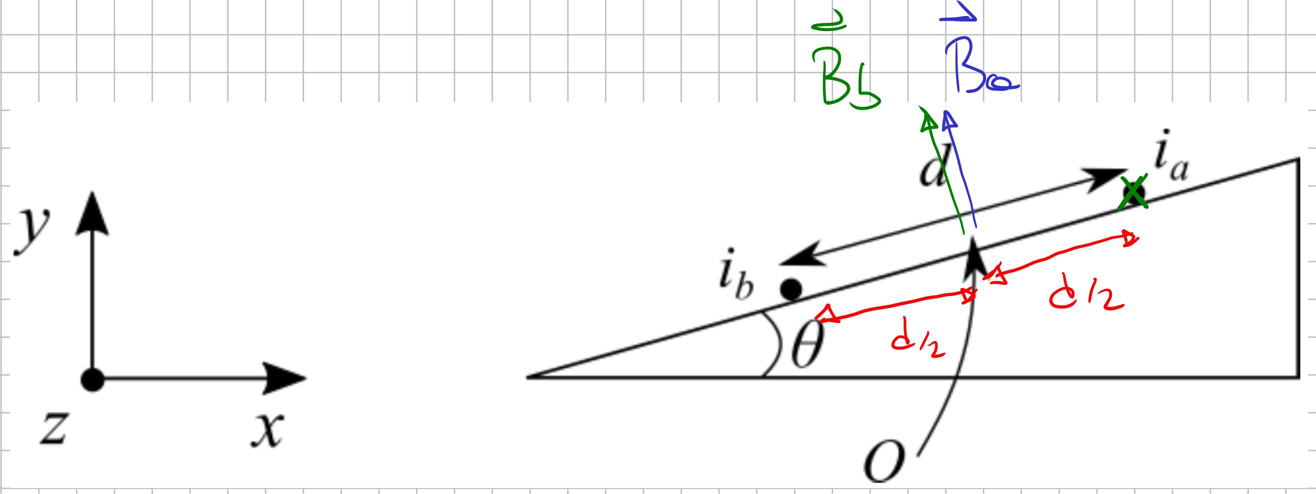
SVOLGIMENTO



① $F_p \sin\theta = F_m$

$$\lambda h g \sin\theta = i_a h B_b = i_a h \overbrace{\frac{\mu_0 i_b}{2\pi d}}^{B_b} \Rightarrow$$

$$i_a = \frac{\lambda g \sin\theta \, 2\pi d}{\mu_0 i_b} = 42.7\,A$$



② $$\left.\begin{array}{l} B_b = \dfrac{\mu_0 i_b 2}{2\pi d} = \dfrac{\mu_0 i_b}{\pi d} \\[2ex] B_a = \dfrac{\mu_0 i_a 2}{2\pi d} = \dfrac{\mu_0 i_a}{\pi d} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$B(0) = B_a + B_b = \frac{\mu_0}{\pi d}(i_a + i_b)$$