PRODOTTO VETTORIALE

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

① $\vec{a} \times \vec{b} = - \vec{b} \times \vec{a}$

② $|\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin\theta \longrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = 0$ se $\vec{a} \parallel \vec{b}$

③ $\vec{c} \perp \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \cdot \vec{b} = 0$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$

in un sist. di rif <u>destrogiro</u> $\boxed{\hat{z} = \hat{x} \times \hat{y}}$

" " " " " <u>levogiro</u> $\hat{z} = \hat{y} \times \hat{x}$

$$\begin{cases} \hat{y} \times \hat{x} = -\hat{z} \\ \hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x} \\ \hat{x} \times \hat{z} = -\hat{y} \end{cases} \longleftarrow \begin{cases} \hat{x} \times \hat{y} = \hat{z} \\ \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x} \\ \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y} \end{cases}$$

...	x	y	z	x	y	z	...

PRODOTTO VETTORIALE

definiamo due vettori, $\vec{v} = (1, -2, 3)$, $\vec{w} = (5, 4, -2)$

$\vec{v} = (1, -2, 3) = \hat{x} - 2\hat{y} + 3\hat{z}$, $\vec{w} = (5, 4, -2) = 5\hat{x} + 4\hat{y} - 2\hat{z}$

$$\vec{v} \times \vec{w} = (\underline{\hat{x} - 2\hat{y} + 3\hat{z}}) \times (\underline{5\hat{x} + 4\hat{y} - 2\hat{z}}) =$$

$$= \hat{x} \times 4\hat{y} - 2\hat{y} \times 5\hat{x} + 3\hat{z} \times 5\hat{x} + \hat{x} \times (-2\hat{z}) +$$

$$- 2\hat{y} \times (-2\hat{z}) + 3\hat{z} \times 4\hat{y} =$$

$$= 4\hat{z} + 10\hat{z} + 15\hat{y} + 2\hat{y} + 4\hat{x} - 12\hat{x} =$$

$$= -8\hat{x} + 17\hat{y} + 14\hat{z} = (-8, 17, 14)$$

ESERCIZI

1. Calcolare il prodotto vettoriale tra $\vec{a} = 3\hat{x} - \hat{y} + 2\hat{z}$ e $\vec{b} = 5\hat{x} + \hat{z}$ e verificare che il risultato sia ortogonale sia a $\vec{a}$ che a $\vec{b}$.
   - $-\hat{x} + 7\hat{y} + 5\hat{z}$.
2. Calcolare il prodotto vettoriale tra $\vec{a} = (-3, 0, -1)$ e $\vec{b} = (-1, 1, 2)$
   - $(1, 7, -3)$.
3. Determinare, se esiste, il valore di c per cui i due vettori $\vec{a} = (1, -1, c)$ e $\vec{b} = (-2, c, 1)$ sono paralleli.

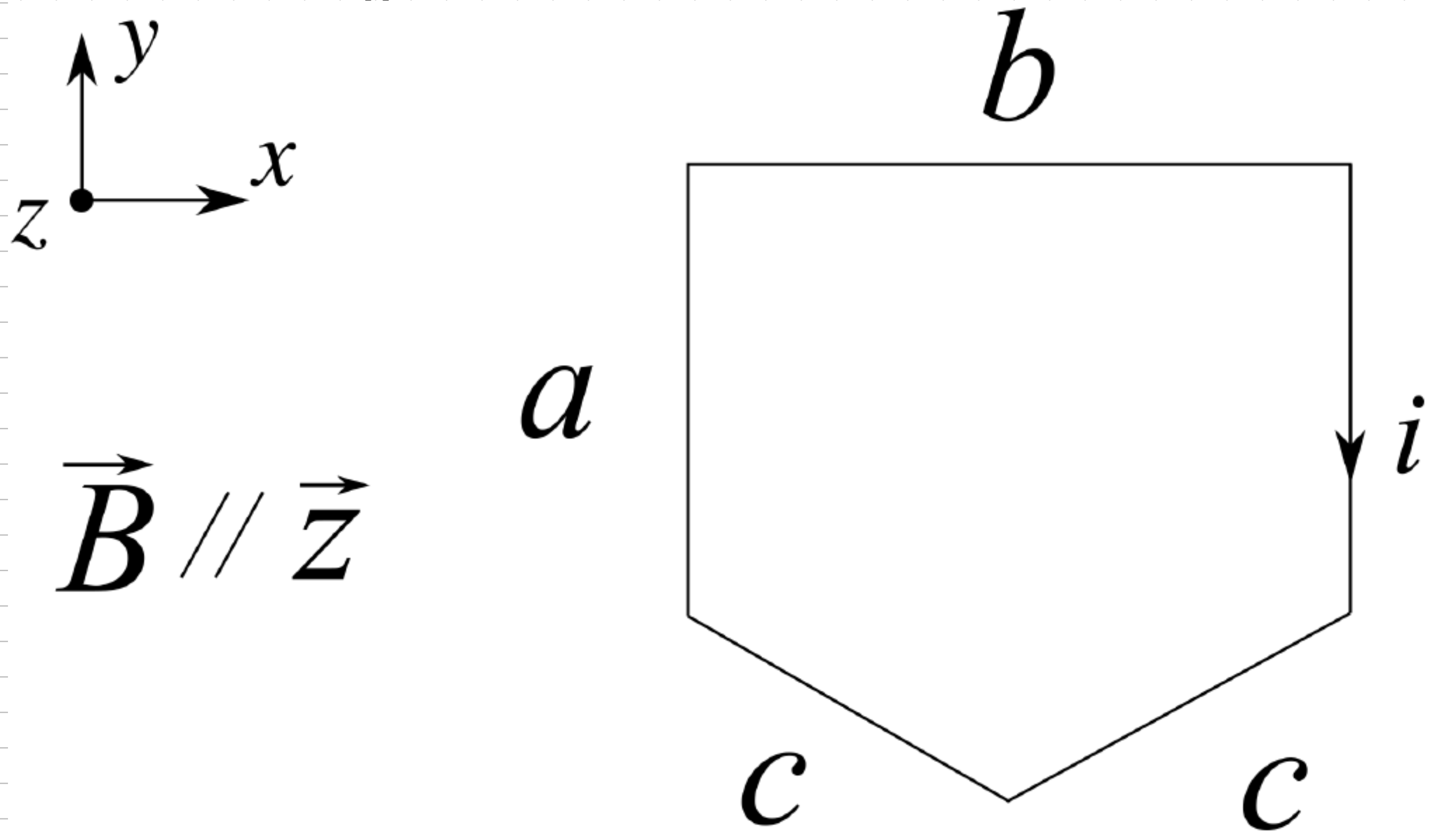
1) $\vec{a} = (3, -1, 2)$, $\vec{b} = (5, 0, 1)$, $\vec{c} = (-1, 7, 5)$

$\vec{a} \cdot \vec{c} = -3 - 7 + 10 = 0$

$\vec{b} \cdot \vec{c} = -5 + 5 = 0$

3) $\vec{a} \times \vec{b} = (-c^2 - 1, -2c - 1, c - 2)$

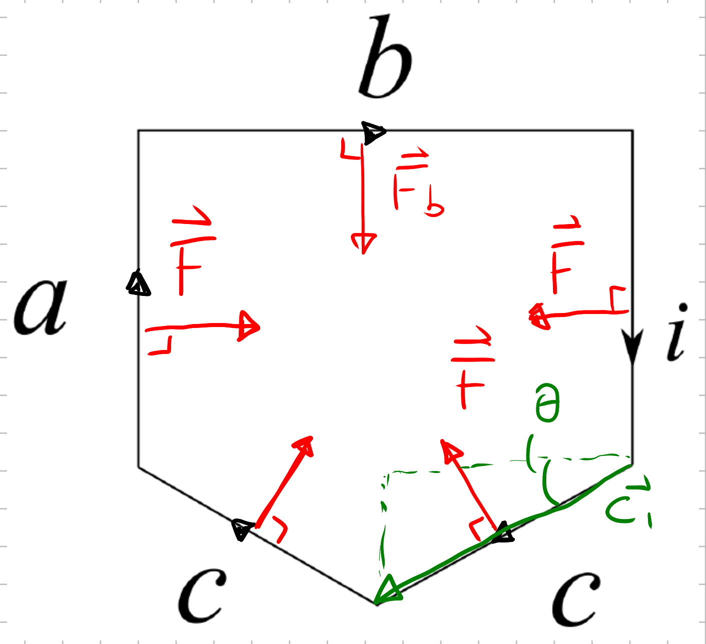
ESERCIZIO 35



In una spira formata da cinque fili rettilinei scorre una corrente i (vedi figura). La spira è immersa in un campo magnetico di modulo B diretto lungo $\hat{z}$.

1. Determinare le forze (in modulo, direzione e verso) agenti su tutti i segmenti.
2. Determinare la forza totale agente sulla parte inferiore della spira (cioè sulla parte "diagonale" totale).
3. Calcolare la forza totale agente sulla spira.

SVOLGIMENTO



① $\vec F = i\vec \ell \times \vec B$, $F_b = ibB$, $F_a = iaB$, $F_c = icB$

$$\vec F_b = i\,(b\hat x)\times \vec B = i(b\hat x)\times B\hat z = ibB\,\hat x \times \hat z = -ibB\,\hat y$$

$$\vec F_{c_1} = i\,\vec c_1 \times \vec B = i\,(-e\hat x - f\hat y)\times B\hat z =$$

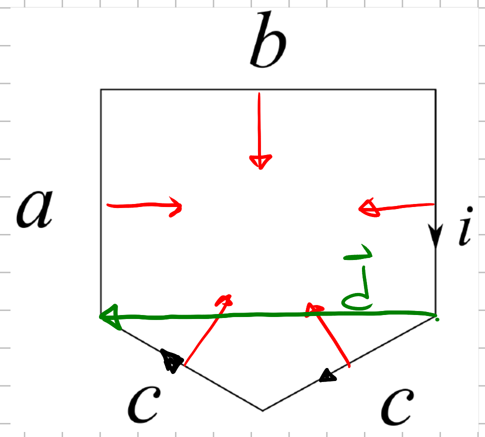
$$= -iB\,(e\,\hat x\times\hat z + f\,\hat y\times\hat z) = -iB\,(-e\hat y + f\hat x) =$$

$$= iB\,(-f\hat x + e\hat y)$$

$$\begin{cases} e = c\cos\theta \\ f = c\sin\theta \end{cases}$$

forze calcolate esplicitamente

SVOLGIMENTO



② forza sulla parte diagonale

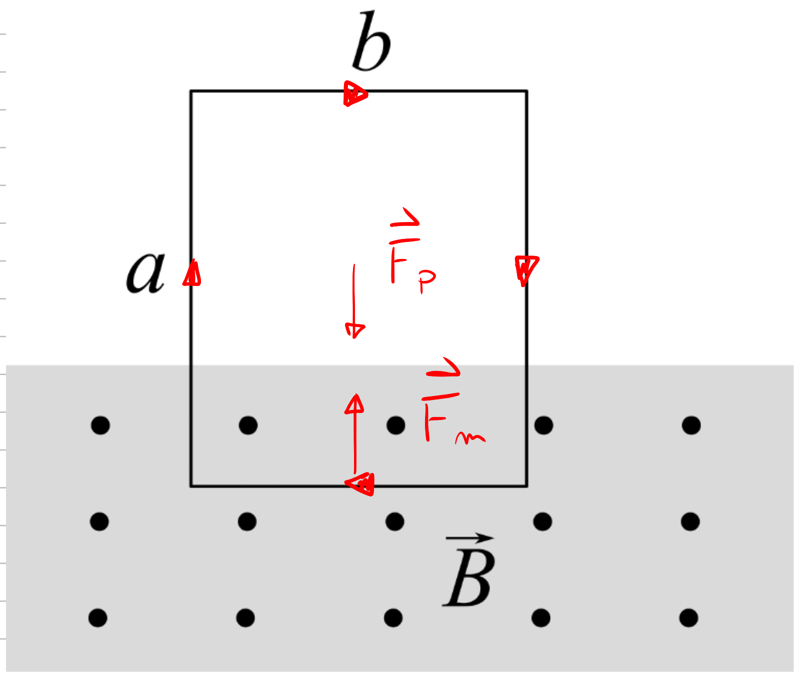
$$\vec{F}_d = -\vec{F}_b = i b B \hat{y} \qquad \text{I MODO}$$

II MODO

$$\vec{F} = i \underbrace{\vec{\ell}} \times \vec{B} \longrightarrow \vec{F}_d = i \vec{d} \times \vec{B} = i(-b\hat{x}) \times B\hat{z} = i b B \hat{y}$$

↳ vettore che congiunge l'inizio e la fine del filo

ESERCIZIO 36



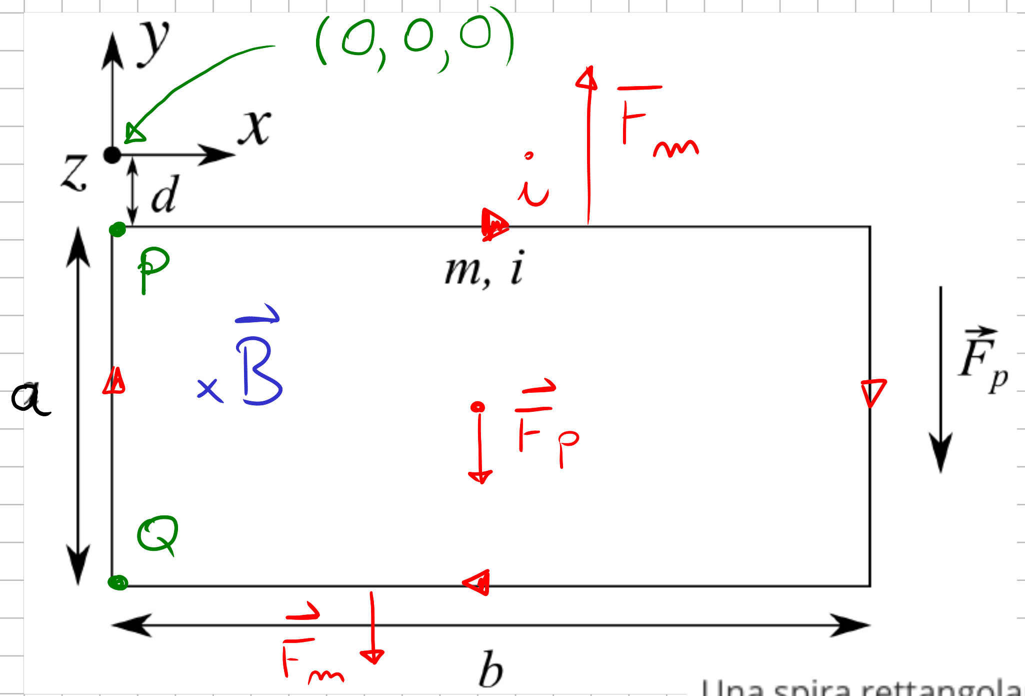
$$\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$$

$$F_p = F_m \Rightarrow mg = ibB \Rightarrow B = \frac{mg}{bi} = 196\ G =$$
$$= 0{,}0196\ T$$

In una spira rettangolare di massa $m = 4 \times 10^{-2}$ g e lati $a = 3$ cm e $b = 2$ cm scorre una corrente $|i| = 1$ A. La parte inferiore della spira, che è sottoposta alla forza peso diretta verso il basso, è immersa in un campo magnetico diretto lungo $\hat{z}$ che fa sì che la spira resti sospesa in aria con i lati più corti paralleli al terreno. Calcolare

1. il verso della corrente;
2. il modulo di $\vec{B}$.

ESERCIZIO 38



$P = (0, -d, 0)$

$Q = (0, -a-d, 0)$

Una spira rettangolare indeformabile di dimensioni $a = 40$ cm e $b = 1$ m e massa $m = 1$ g ha i lati lunghi paralleli all'asse x ed è posta ad una distanza $d = 1$ cm da esso (vedi figura). Nella regione è presente un campo magnetico diretto lungo $-\hat{z}$ di modulo $B(y) = |A/y|$, con $A = 6 \times 10^{-6}$ Tm. La forza peso $\vec{F}_p$ agisce in direzione $-\hat{y}$. Quando nella spira scorre una corrente i il sistema è in equilibrio e la spira rimane sospesa.

1. Determinare verso e intensità di i.
2. Si aggiunge nella regione di spazio in figura un campo magnetico uniforme uscente dal foglio e di intensità $B_{add} = 1$ T. Quale deve essere il nuovo valore di i per far sì che il sistema rimanga in equilibrio?