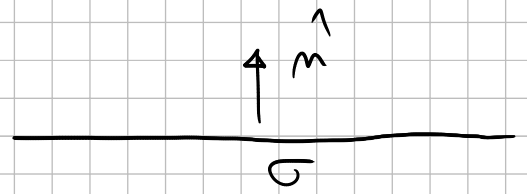
ESERCIZIO 22

Un piano conduttore indefinito è carico con densità superficiale di carica σ. Su una delle due superfici viene appoggiata una lastra di materiale dielettrico omogeneo e lineare di spessore h e costante dielettrica κ.

1. Calcolare le densità di carica di polarizzazione presenti sulle superfici del dielettrico.
2. Scrivere l'espressione della d.d.p. tra un punto all'interno del conduttore e uno all'esterno (dal lato del dielettrico).

SVOLGIMENTO

(1) $\underbrace{\vec{E}_v}_{\text{NEL VUOTO}} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$, $\underbrace{\vec{E}_d}_{\text{NEL DIELETTRICO}} = \dfrac{\vec{E}_v}{K} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 K}\hat{n}$



$\vec{P} = \varepsilon_0 (K-1)\vec{E}$ RELAZIONE GENERALE

$$\vec{P}_d = \varepsilon_0 (K-1)\vec{E}_d = \varepsilon_0\left(\frac{K-1}{K}\right)\vec{E}_v = \frac{K-1}{K}\sigma\hat{n}$$

$$|\vec{P}_d| = |\sigma_p| \Rightarrow \boxed{|\sigma_p| = \frac{K-1}{K}|\sigma|}$$

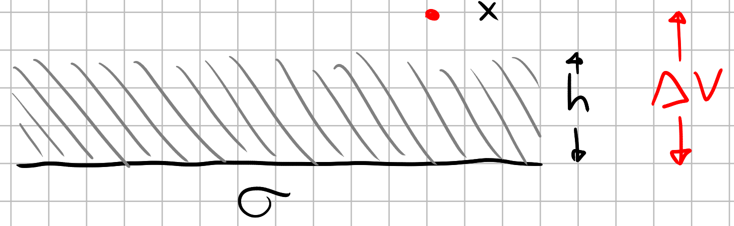
dal lato del conduttore $\sigma_p = -\dfrac{K-1}{K}\sigma$

dal lato esterno $\sigma_p = +\dfrac{K-1}{K}\sigma$

$\sigma_p = \vec{P}\cdot\hat{n}_s$ RELAZIONE GENERALE, $\hat{n}_s$ è la normale esterna alla superficie di interesse

PER CASA: usate questa relazione per risolvere l'esercizio

2



$$\Delta V = \int_0^x \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_0^h \vec{E}_d\cdot d\vec{s} + \int_h^x \vec{E}_v\cdot d\vec{s} =$$

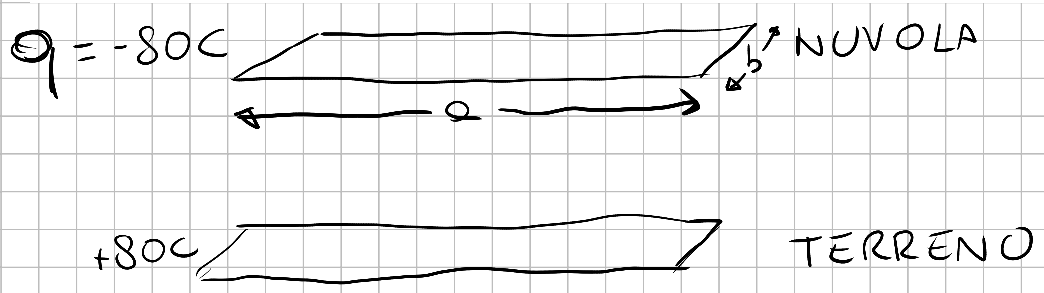
$$= \int_0^h E_d\, dx + \int_h^x E_v\, dx' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 K} h + \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(x-h)$$

ESERCIZIO 24

Una nuvola temporalesca ha una forma approssimativamente rettangolare, con lati $a = 2.0$ km e $b = 3.0$ km, e fluttua ad un'altezza $h = 500$ m al di sopra di una zona pianeggiante. La nuvola contiene una carica $q = -80$ C.

1. Sapendo che la rigidità dielettrica dell'aria è circa 3.0×10^6 V/m, le condizioni descritte sopra sono sufficienti per generare fulmini?

2. Qual è l'energia elettrostatica del sistema nuvola + terreno?



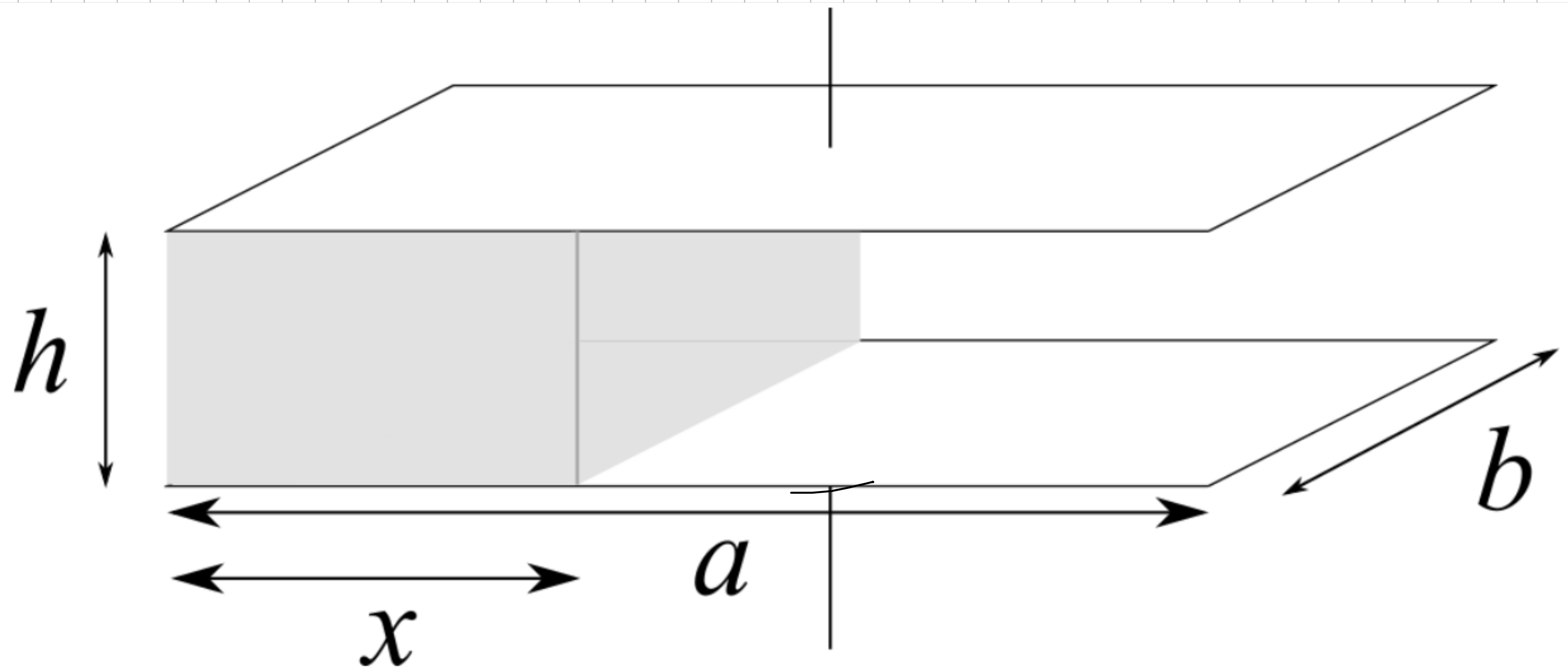
(a) $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = \dfrac{q}{ab\varepsilon_0} \approx 1.5 \cdot 10^6 \ \text{V/m} < 3 \cdot 10^6 \ \text{V/m}$

(b) $C = \dfrac{\varepsilon_0 ab}{h} \rightarrow \Delta V = \dfrac{q}{C} = \dfrac{qh}{\varepsilon_0 ab},$

$$E = \frac{\Delta V}{h} = \frac{q}{\varepsilon_0 ab}$$

qual è l'energia? $U_e = \dfrac{1}{2} q \Delta V = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C} = 3 \cdot 10^{10}$ J

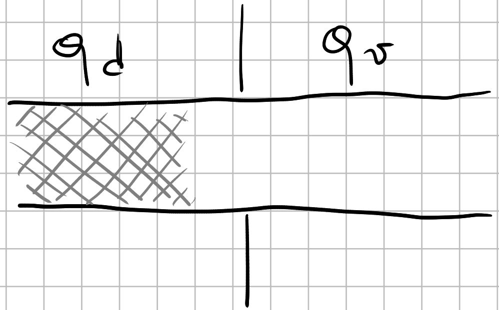
ESERCIZIO 25



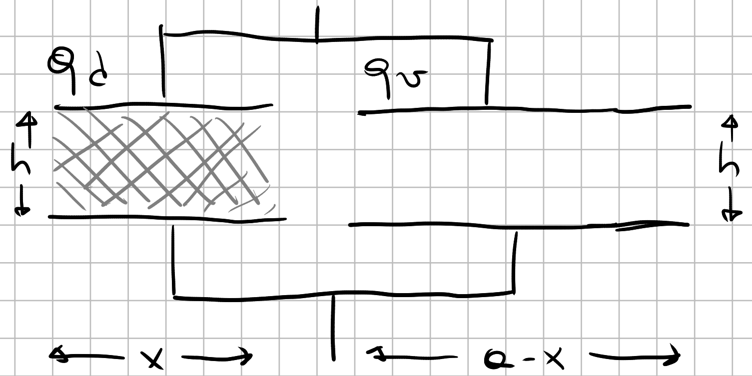
Un condensatore piano di dimensioni $a \times b \times h$ è parzialmente riempito (per un tratto $x = a/3$) di una lastra di dielettrico omogeneo e isotropo di costante dielettrica relativa κ e mantenuto ad una d.d.p. ΔV.

1. Quanto vale la carica q_d che si dispone sulla parte di armatura superiore che si affaccia sul dielettrico?
2. Calcolare q_d se $\Delta V = 113$ V, $a = b = 10$ cm, $h = 2$ mm e $\kappa = 4$.

SVOLGIMENTO



"="



$q_{TOT} = q_d + q_v$

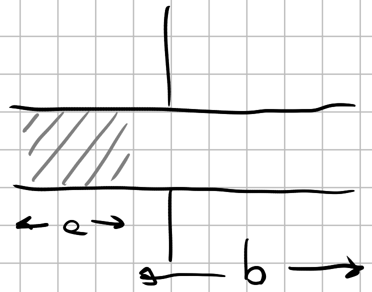
ΔV

SUPERFICIE CHE SI AFFACCIA SUL DIELETTRICO

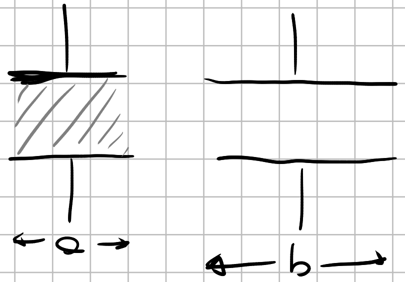
$q_d = C_d \Delta V$, $C_d = \dfrac{\varepsilon_0 \boxed{\Sigma}}{h} k$, con $\Sigma = xb = \dfrac{ab}{3} \Rightarrow$

$$\boxed{q_d = \frac{\varepsilon_0 a b k}{3h} \Delta V}$$

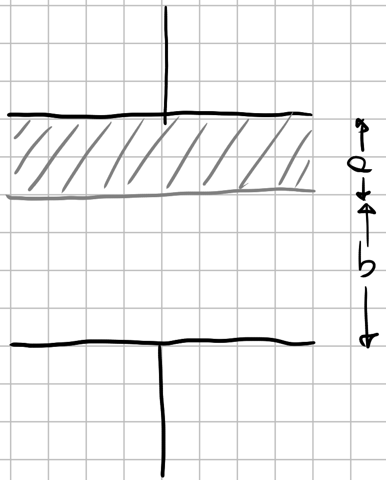
DOMANDA



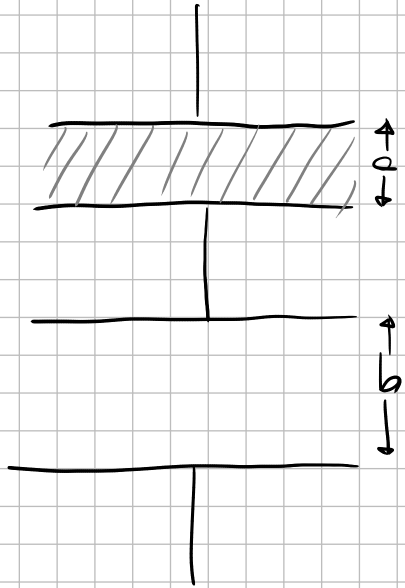
"="



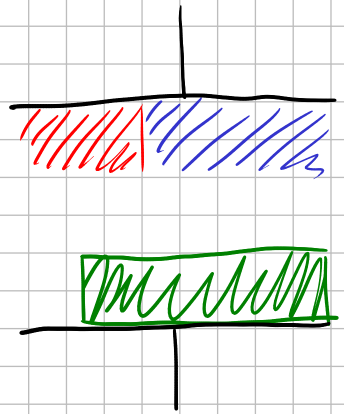
IN PARALLELO



"="



IN SERIE



ESERCIZIO 27

SERIE

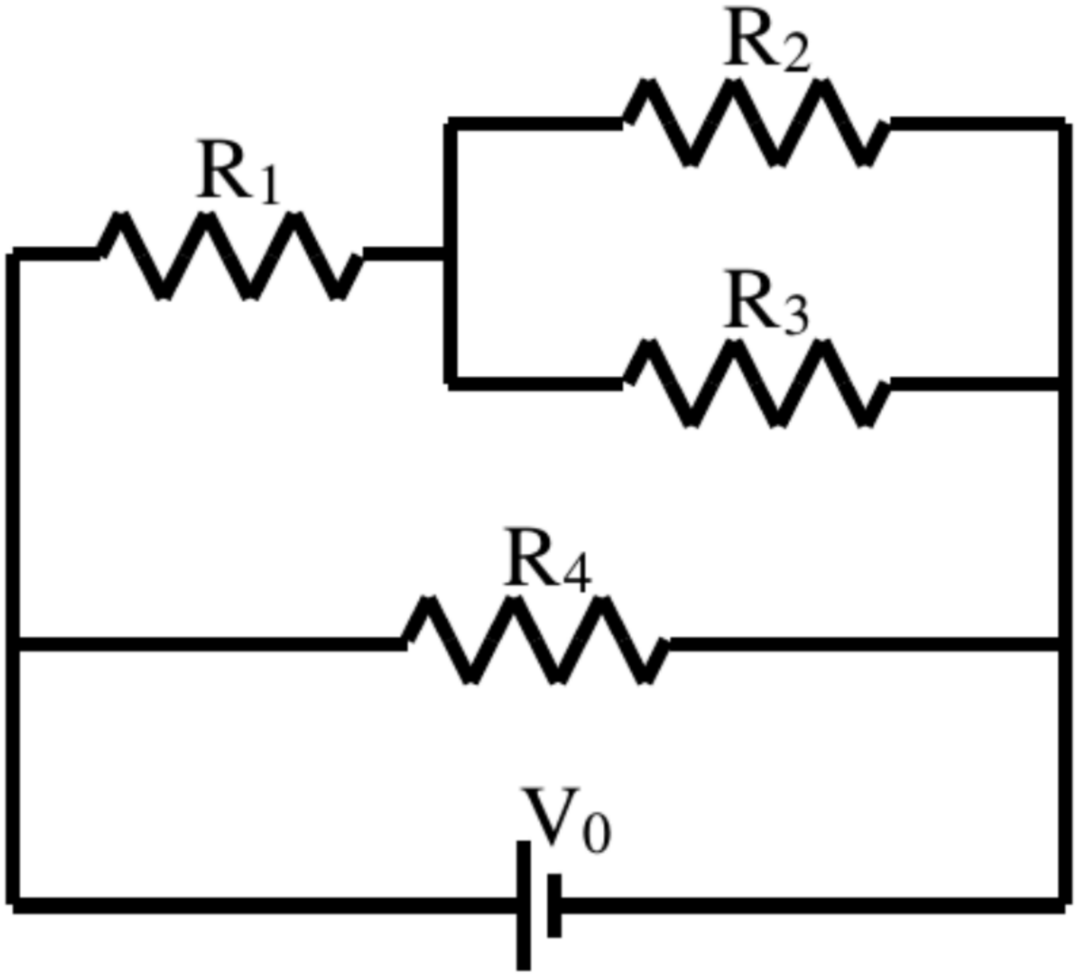
$$R_{TOT} = R_a + R_b$$

PARALLELO

$$\frac{1}{R_{TOT}} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b}$$

$$P = Ri^2 = \Delta V i$$

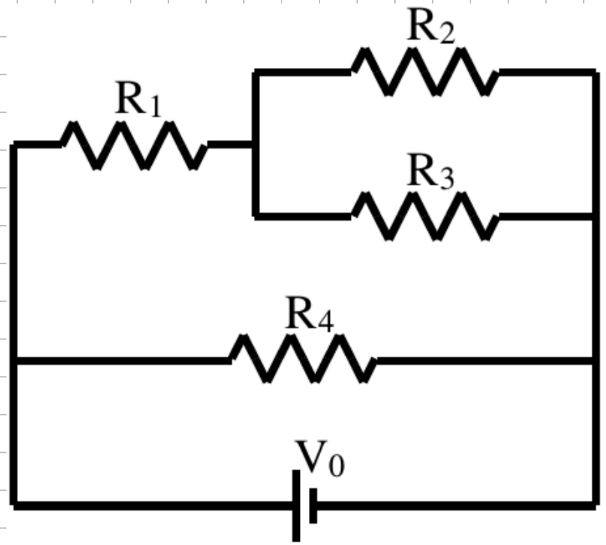
Dato il circuito in figura e i valori $R_1 = 1.0\,\Omega$, $R_2 = 3.0\,\Omega$, $R_3 = 2.0\,\Omega$ and $R_4 = 2.0\,\Omega$,

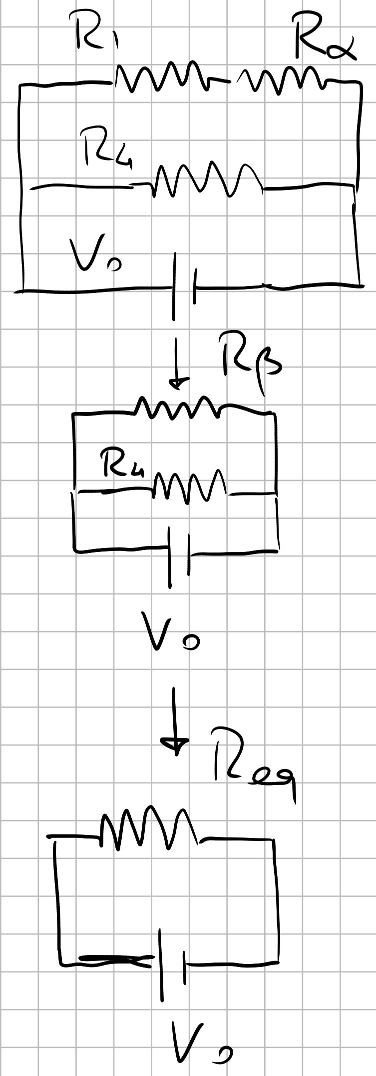


1. Calcolare la resistenza equivalente.

2. Calcolare la potenza dissipata da ognuno dei quattro resistori se $V_0 = 6$ V.

SVOLGIMENTO

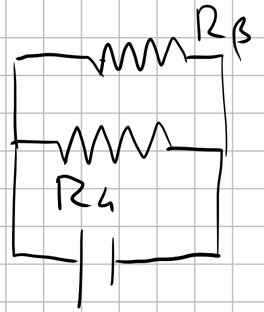




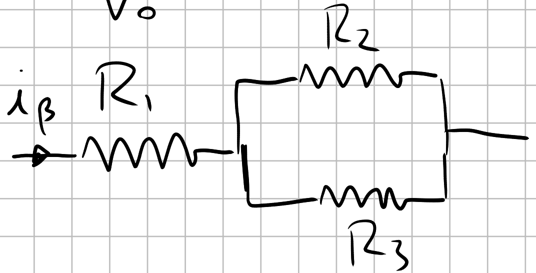
$$R_\alpha = \frac{R_2 R_3}{R_2+R_3}$$

$$R_\beta = R_1 + R_\alpha$$

$$R_{eq} = \frac{R_4 R_\beta}{R_4+R_\beta} = 1.05\,\Omega$$



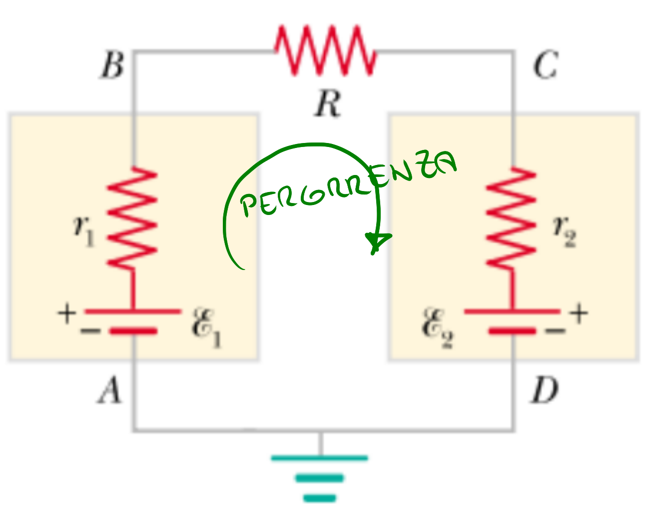
$$i_4 = \frac{V_0}{R_4} \quad , \quad i_\beta = \frac{V_0}{R_\beta}$$



$$i_1 = i_\beta = i_\alpha = i_2 + i_3$$

$$\Delta V_\alpha = R_\alpha i_\alpha = R_\alpha i_1$$

$$\begin{cases} i_2 = \dfrac{\Delta V_A}{R_2} \\[2ex] i_3 = \dfrac{\Delta V_\alpha}{R_3} \end{cases} \Rightarrow i_2 + i_3 = \Delta V_\alpha \overbrace{\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)}^{\frac{1}{R_\alpha}}$$



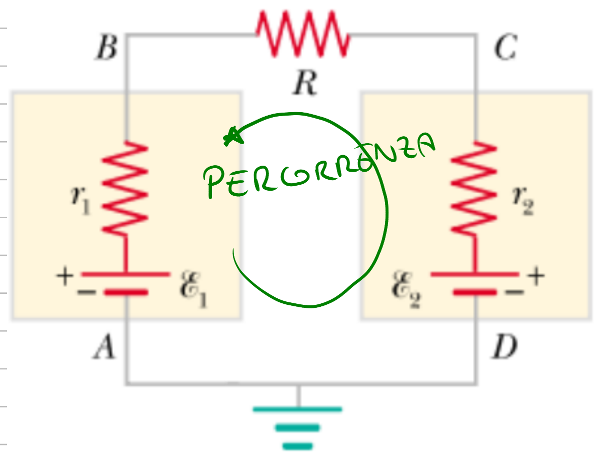
ESERCIZIO 28

Che corrente scorre nel circuito?

Sapendo che $\mathcal{E}_1 = 50\,V$, $\mathcal{E}_2 = 100\,V$, $R = 50\,\Omega$, $r_1 = 20\,\Omega$, $r_2 = 30\,\Omega$

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = Ri + r_1 i + r_2 i = R_{eq}\, i \quad , \text{con } R_{eq} = 100\,\Omega$$

$$\Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R} = -\frac{50}{100} = -0.5\,A$$

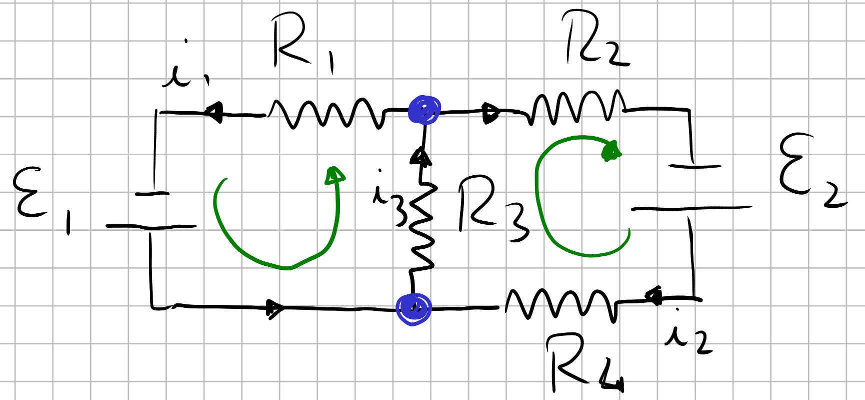


$$-\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = R_{eq}\, i \Rightarrow$$

$$i = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R_{eq}} = 0{,}5\,A$$

ESERCIZIO 29

ESEMPIO 5.10

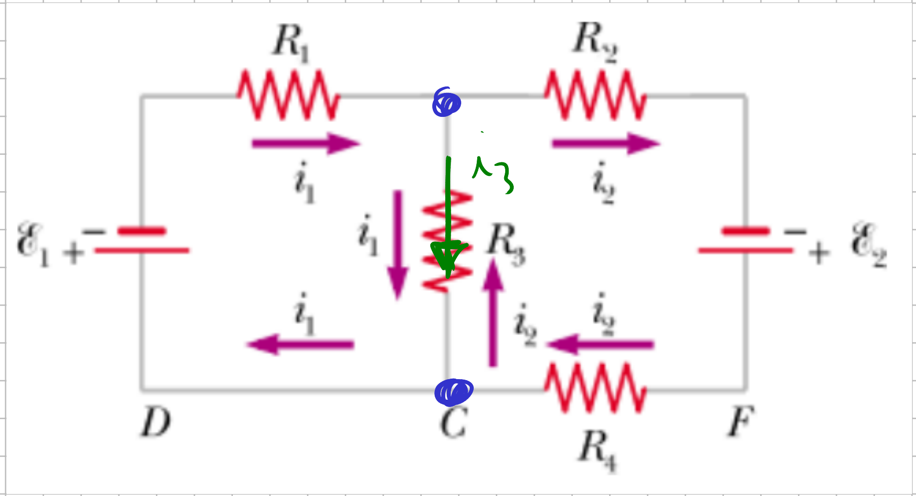


$\mathcal{E}_1 = 18\,V$, $\mathcal{E}_2 = 12V$, $R_1 = 12\,\Omega$, $R_2 = 2\,\Omega$,

$R_3 = 6\,\Omega$, $R_4 = 4\,\Omega$

$$\begin{cases} (1) \quad i_3 = i_1 + i_2 \\ (2) \quad \mathcal{E}_1 = i_3 R_3 + i_1 R_1 = (i_1 + i_2) R_3 + i_1 R_1 \\ (3) \quad \mathcal{E}_2 = i_2 R_4 + i_3 R_3 + i_2 R_2 = i_2 (R_2 + R_4) + R_3 (i_1 + i_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = i_1 (R_1 + R_3) + i_2 R_3 \\ \mathcal{E}_2 = i_2 (R_2 + R_4 + R_3) + i_1 R_3 \end{cases} \Rightarrow \quad i_1 = 0.8\,A, \; i_2 = 0.6\,A, \; i_3 = 1.4\,A$$



$$\begin{cases} -\mathcal{E}_1 = R_1 i_1 + (i_1 - i_2) R_3 \\ \mathcal{E}_2 = (R_2 + R_4) i_2 + (i_2 - i_1) R_3 \end{cases}$$

MANIERA ALTERNATIVA

$$\begin{cases} -\mathcal{E}_1 = R_1 i_1 + R_3 i_3 \\ \mathcal{E}_2 = (R_2 + R_4) i_2 - R_3 i_3 \\ i_1 = i_2 + i_3 \end{cases}$$