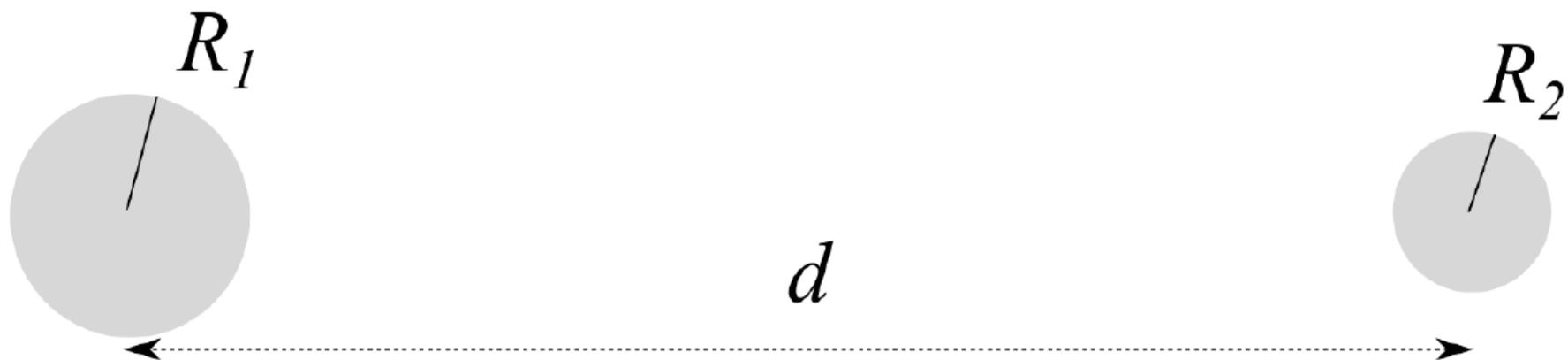
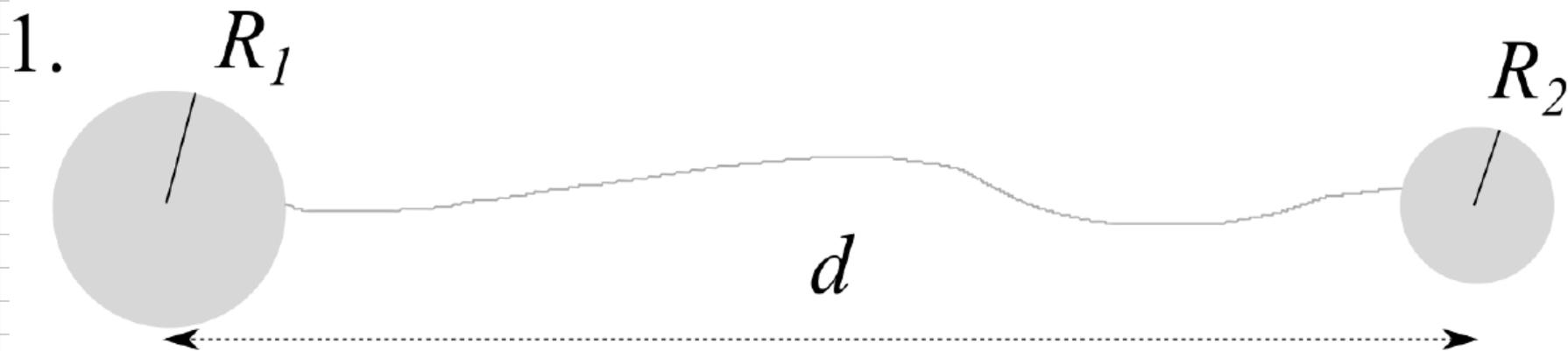


# ESERCIZIO 16



Due sfere conduttrici di raggio  $R_1$  ed  $R_2$  sono disposte ad una distanza  $d$  molto maggiore dei loro raggi. Depositiamo una carica  $Q$  su  $R_1$ .



1. Se collegassimo le due sfere con un sottile filo conduttore quanta carica si depositerebbe sulle due sfere?

## SVOLGIMENTO

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}, \quad V_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \Rightarrow \text{se i conduttori sono collegati}$$

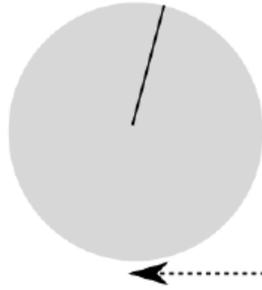
$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{q_1}{\cancel{4\pi\epsilon_0} R_1} = \frac{q_2}{\cancel{4\pi\epsilon_0} R_2} \Rightarrow \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$Q = q_1 + q_2 \Rightarrow q_2 = Q - q_1 \Rightarrow$$

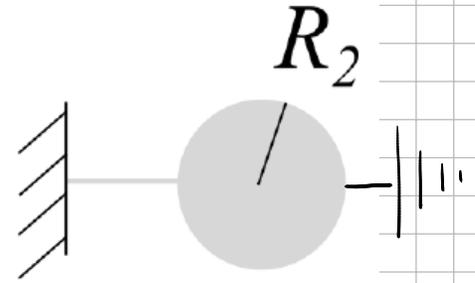
$$\frac{q_1}{R_1} = \frac{Q}{R_2} - \frac{q_1}{R_2} \Rightarrow q_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{Q}{R_2} \Rightarrow q_1 \left( \frac{R_1 + R_2}{R_2 R_1} \right) = \frac{Q}{R_2} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} q_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} Q \\ q_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} Q \end{cases}$$

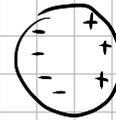
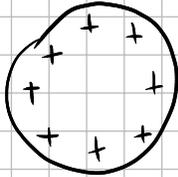
2.  $R_1$



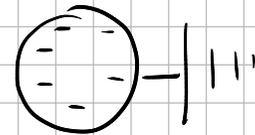
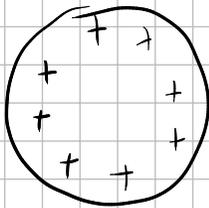
$d$



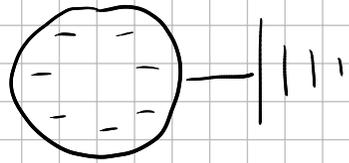
2. Colleghiamo  $R_2$  a terra. Se ora consideriamo anche l'effetto che una sfera ha sull'altra, quanto vale la carica indotta su  $R_2$ ?



↓ CONNETTO A TERRA



# SVOLGIMENTO

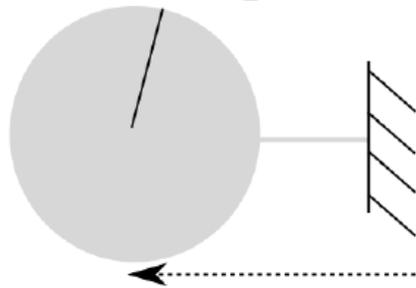


$$V_2 = 0, \quad V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = 0 \quad \Rightarrow$$

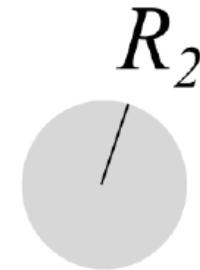
$$Q_2 = -\frac{Q}{d} R_2$$

SFERA 1

3.  $R_1$

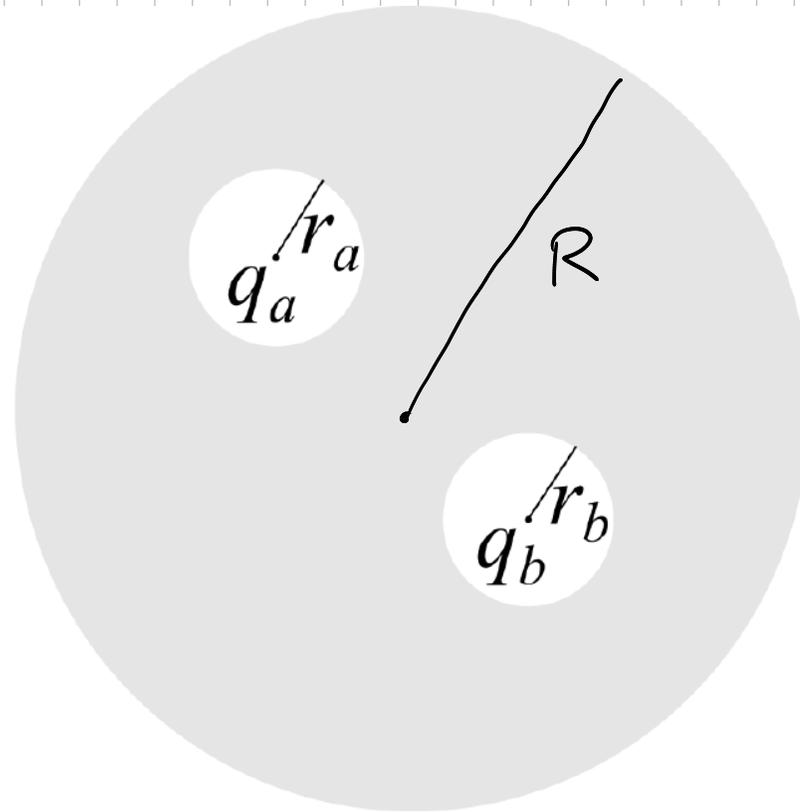


$d$



3. Scollegiamo  $R_2$  e colleghiamo  $R_1$  a terra. Quanto vale la carica indotta su  $R_1$ ?

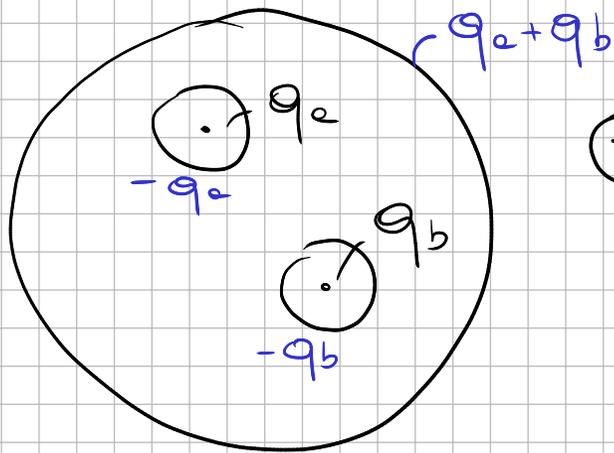
# ESERCIZIO 17



Un conduttore sferico scarico di raggio  $R$  contiene due cavità sferiche, rispettivamente di raggio  $r_a$  e  $r_b$ . Al centro delle cavità sono poste due cariche  $q_a$  e  $q_b$ . Calcolare:

1. le densità superficiali delle tre sfere;
2. il campo elettrico all'esterno del conduttore;
3. i campi elettrici all'interno delle due cavità;
4. le forze percepite dalle due cariche; c'è interazione tra le cariche?
5. ~~Ritorniamo al caso delle cariche poste nel centro delle cavità.~~ Come cambia *qualitativamente* la situazione se una carica  $q_c$  viene posta nelle vicinanze della sfera conduttrice?

# SVOLGIMENTO



①

$$\sigma_a = -\frac{q_a}{4\pi r_a^2}, \quad \sigma_b = -\frac{q_b}{4\pi r_b^2}$$

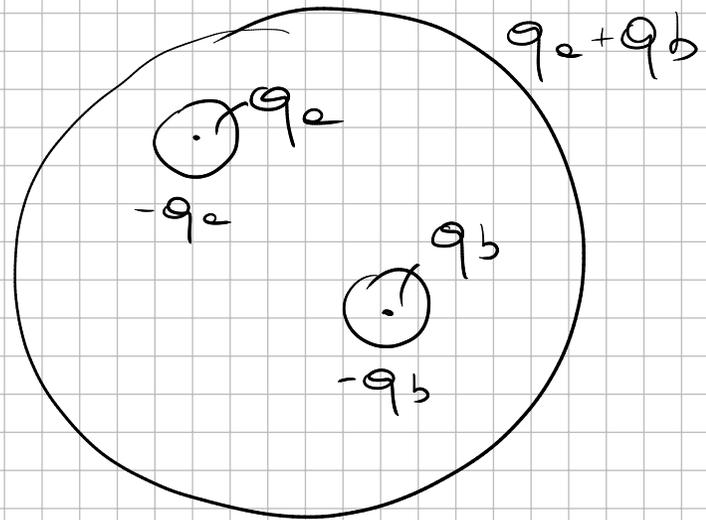
$$\sigma_c = \frac{q_a + q_b}{4\pi R^2}$$

②  $E(r > R) = \frac{q_a + q_b}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{r^2}$

③  $E_a = \frac{q_a}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{r^2}, \quad r < r_a$  centrato su  $q_a$

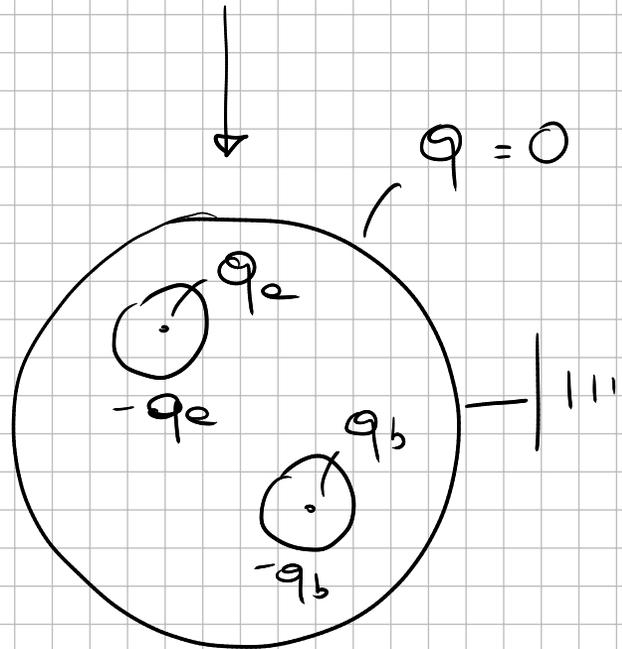
$$E_b = \frac{q_b}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{r^2}, \quad r < r_b$$
 centrato su  $q_b$

④  $F_{ab} = 0$  forze tra  $q_a$  e  $q_b$



$q_c$

la carica totale rimane invariata,  
cambia la sua distribuzione  
superficiale



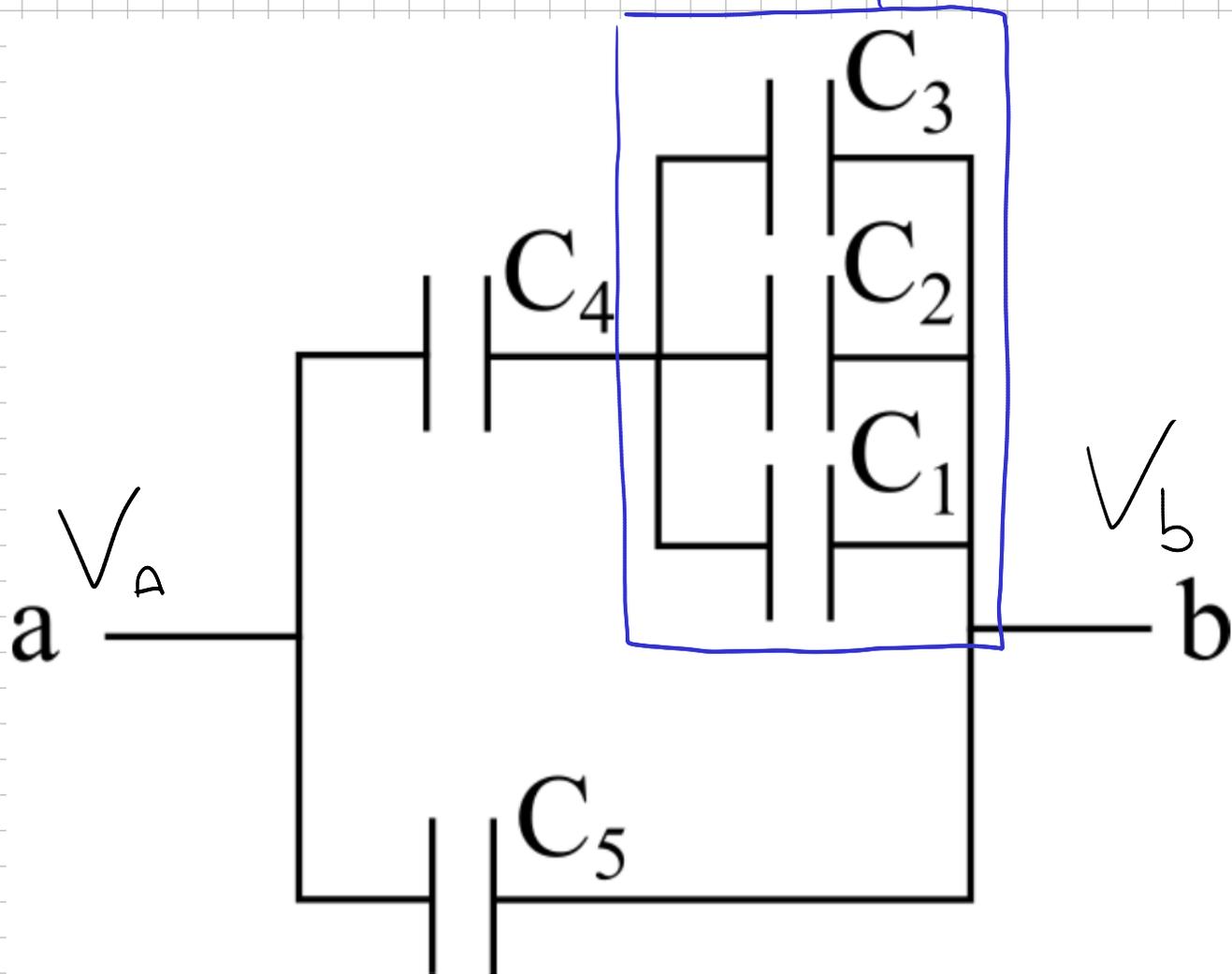
# ESERCIZIO 18

PARALLELO

$$C_{eq} = C_a + C_b$$

SERIE

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b}$$

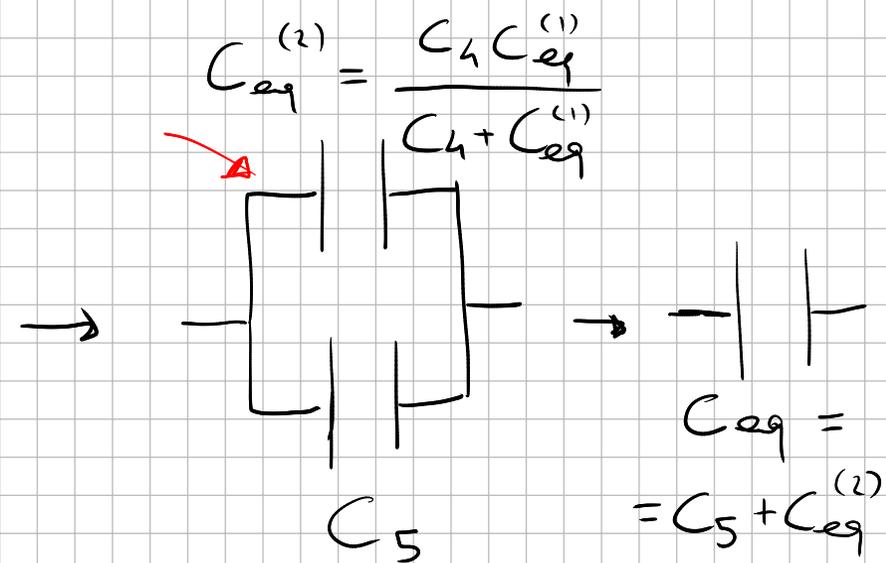
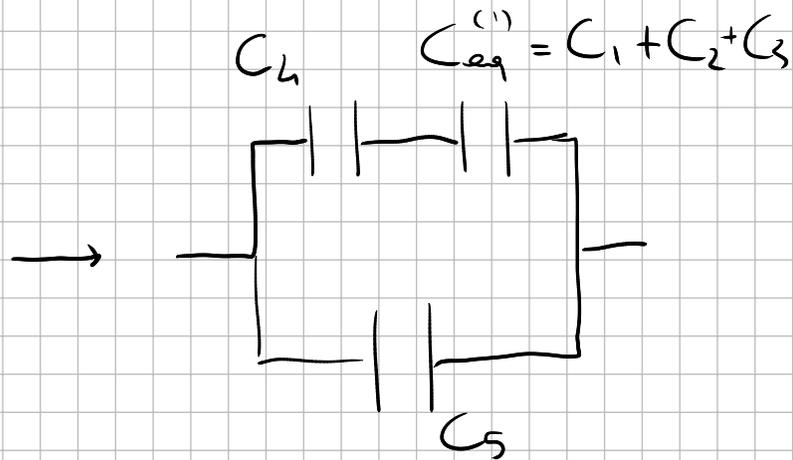
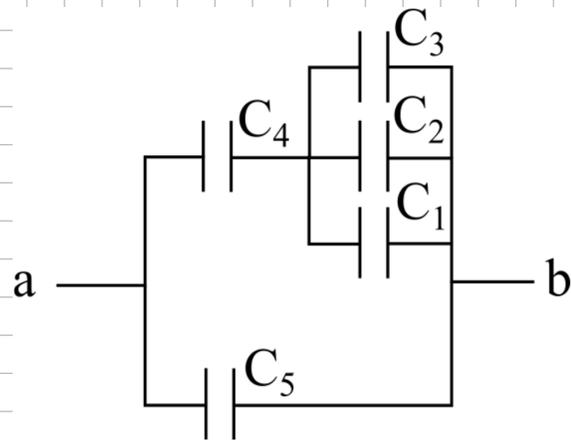


①  $C_{eq}$

②  $\Delta V_i$

OGNI  
CONDENSATORE

# SVOLGIMENTO

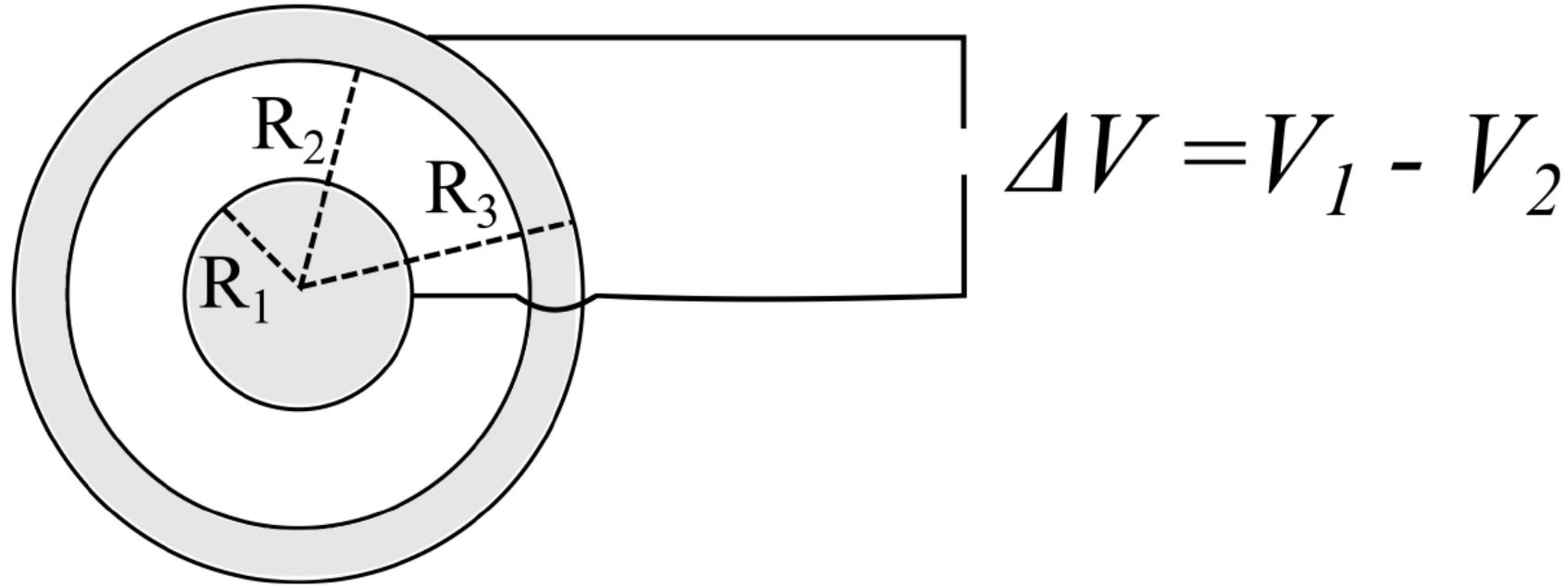


$$\Delta V_{ab}, \Delta V_5 = \Delta V_{ab}, \Delta V_{eq}^{(2)} = \Delta V_{ab} \Rightarrow q_{eq}^{(2)} = C_{eq}^{(2)} \Delta V_{ab} = q_4 \Rightarrow$$

$$\Delta V_4 = \frac{q_4}{C_4}, \Delta V_{eq}^{(1)} = \frac{q_{eq}^{(1)}}{C_{eq}^{(1)}} = \frac{q_4}{C_{eq}^{(1)}} = \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3$$

ESERCIZIO 19 → PER CASA

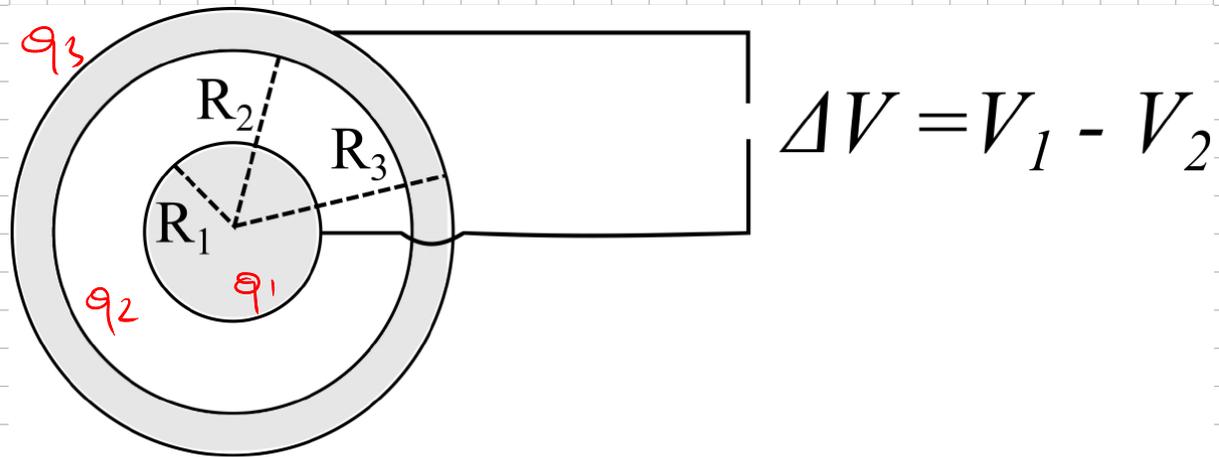
ESERCIZIO 20



Una sfera di raggio  $R_1$  è posta al centro di una sfera cava di raggio interno  $R_2$  ed esterno  $R_3$ . I due conduttori sono mantenuti da un generatore a valori del potenziale  $V_1$  e  $V_2$  rispetto al potenziale all'infinito (che poniamo a 0 per comodità).

1. Calcolare le cariche  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  depositate sulle tre superfici conduttive.
2. Calcolare numericamente le cariche se  $R_1 = 10$  cm,  $R_2 = 20$  cm,  $R_3 = 25$  cm,  $V_1 = -1000$  V,  $V_2 = 200$  V.

# SVOLGIMENTO

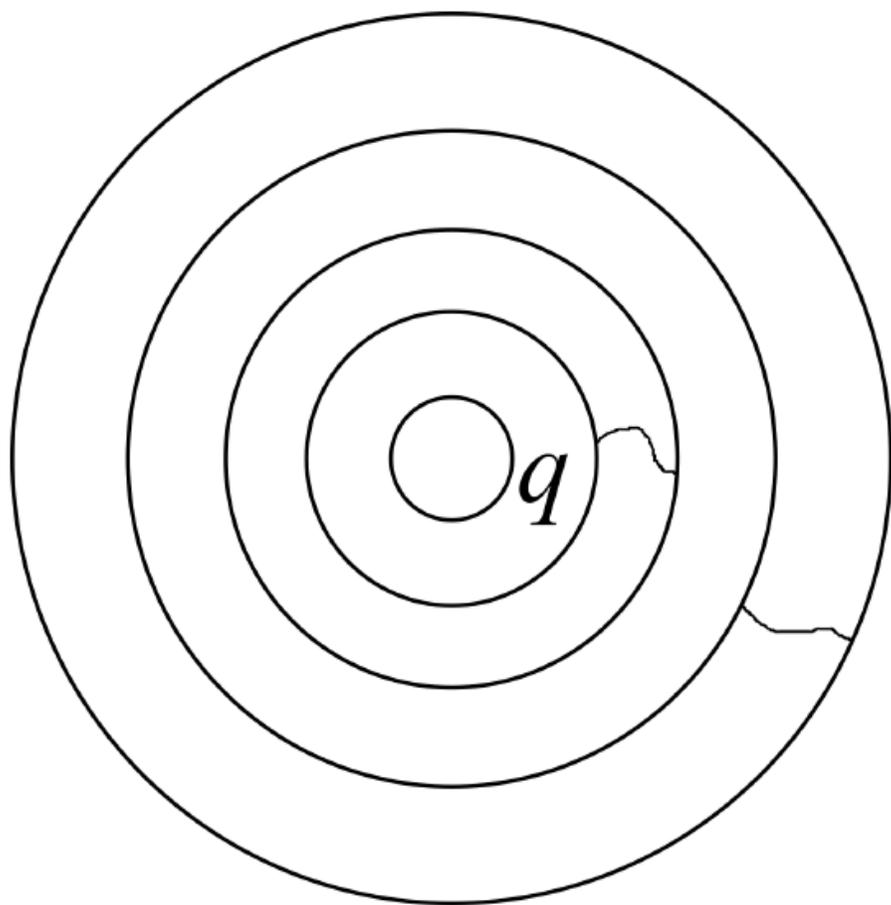


$$\Delta V = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow q_1 = \underbrace{4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}_C \Delta V = C \Delta V$$

$$q_2 = -q_1$$

$$V_G = V_2 = \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R_3} \Rightarrow q_3 = 4\pi\epsilon_0 R_3 V_2$$

# ESERCIZIO 91

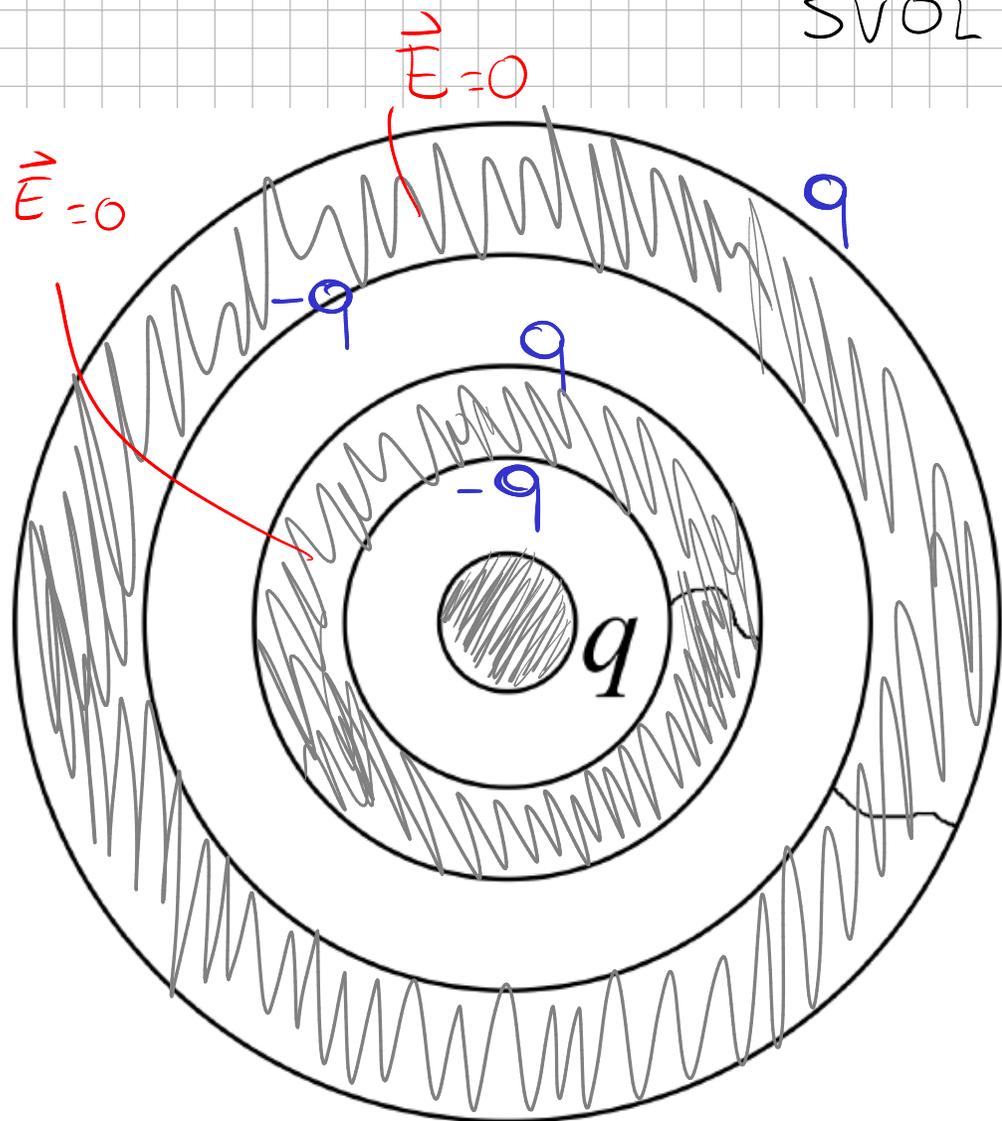


Cinque fogli metallici sferici e concentrici (di spessore trascurabile) sono inizialmente scarichi. Il secondo e il terzo e il quarto e il quinto sono collegati da fili conduttori. Una carica  $q$  è depositata sulla superficie più interna.

Calcolare

1. le cariche presenti sulle superfici;
2. il campo  $E(r)$ ;
3. l'energia elettrostatica del sistema;

# SVOLGIMENTO



$$\textcircled{1} \quad q, -q, q, -q, q$$

$$\textcircled{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} E(r) = 0, \text{ per } R_2 \leq r \leq R_3 \\ R_4 \leq r \leq R_5 \end{array} \right.$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \text{ altrimenti}$$

$$\textcircled{3} \quad U_e = \frac{1}{2} \frac{q}{C_2} \Rightarrow$$

$$U_e^{\text{TOT}} = \frac{1}{2} \frac{q}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{q}{C_2} + \frac{1}{2} \frac{q}{C_3}$$

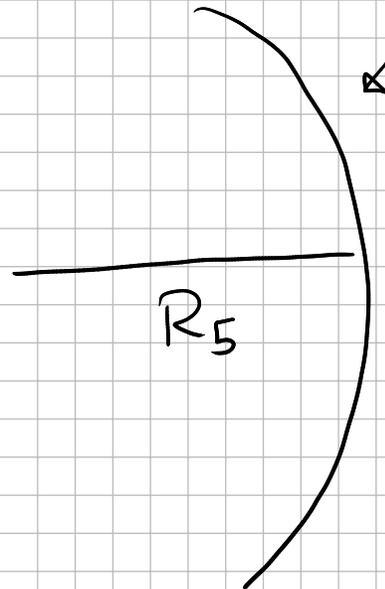
$$C_1 = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

$$C_2 = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_3 R_4}{R_4 - R_3}$$

# CAPACITÀ DI UNA SINGOLA ARMATURA

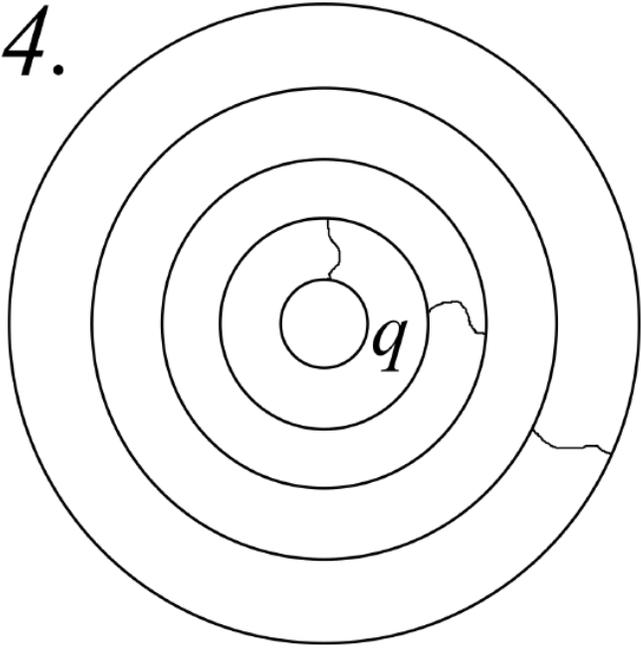
$$C_3 = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_5 R'}{R' - R_5} \xrightarrow{R' \rightarrow \infty} 4\pi\epsilon_0 R_5$$

ARMATURA CARICA HA UNA CAPACITÀ  $4\pi\epsilon_0 R_5 = C$   
QUINDI UN'ENERGIA POTENZIALE  $U_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C^2}$

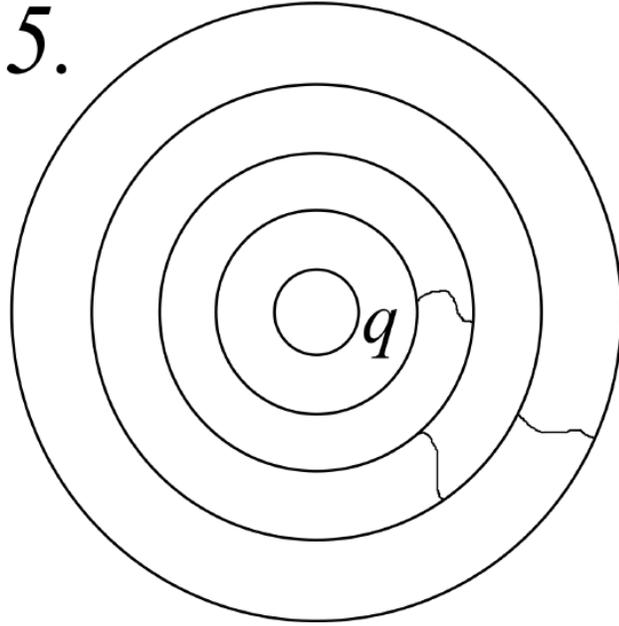


# VARIANTI

4.



5.



6.

